Fachhochschule Münster
FB Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. V. Gensichen

Mathematik – Klausur

Studiengang Bauingenieurwesen

14.03.07

– G 34 –

Platz - Nr.	Matr.-Nr.	Name, Vorname

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	S	Summe

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Werden (Teil-) Aufgaben mit Hilfe eines Taschenrechners gelöst, ist der Ablauf der Berechnung NACHVOLLZIEHBAR zu dokumentieren (Kurzkommentare, ggf. Tasten-/ Befehlscode, Ein- und Ausgabewerte mit 2 oder 3 Ziffern angeben). Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops. K E I N E H A N D Y S !

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

„per Hand"

Aufg. 1 (≈ 4,5 P.): Berechnen Sie x aus der Gleichung $\dfrac{\frac{x+2}{x-1}}{\frac{3(x+2)}{2(x-1)}}\, x^2 + 2x = 16$.

„per Hand"

Aufg. 2 (≈ 9 P.): Von dem Polynom $y = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 16x + 32$ ist eine Nullstelle $x_0 = 2$ bekannt.

a) Ermitteln Sie *alle* restlichen Nullstellen („per Hand").
b) Stellen Sie die Funktion qualitativ richtig dar (anhand der Nullstellen und des Achsenabschnitts auf der y-Achse; keine weiteren Untersuchungen!)

Aufg. 3 (≈ 8 P.): Gegeben sind die in der Tabelle zusammengestellten Messwerte.

$x =$	0	1,5	2,4	3,5	5	‰
$y =$	– 1	1,6	2,4	2,8	2,2	kN/cm²

a) Tragen Sie die Messergebnisse in einem $x - y$ – Diagramm auf (kariertes Papier, Maßstab: 1 ‰ ≙ 2 cm, 1 kN/cm² ≙ 2 cm)
b) Ermitteln Sie *aus diesem Diagramm* (also graphisch; im Diagramm markieren!)
b1) den y-Wert für $x = 1{,}9$; **b2)** den zu $y = 2{,}6$ gehörenden x-Wert.

Aufg. 4 (≈ 7 P.): Ein Festgeldguthaben hat sich nach 12 Jahren verdoppelt.

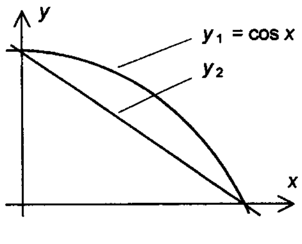
a) Wie hoch war der durchschnittliche Zinssatz p ?
b) Wie hoch war der Zinssatz in den letzten 7 Jahren, wenn für die ersten 5 Jahren p = 4 % galt?

Aufg. 5 (≈ 6 P.):
a) Für welchen Wert von x wird die gegebene Determinante D extremal?
b) Liegt ein Minimum oder ein Maximum vor?

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & x \\ 0 & x & 1 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

Aufg. 6 (≈ 8 P.):

a) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden y_2 .
b) An welcher Stelle ist die Differenz $\Delta y = y_1 - y_2$ im dargestellten Intervall am größten?
c) Überprüfen Sie durch eine *Einsetzprobe*, dass ein Maximum vorliegt.



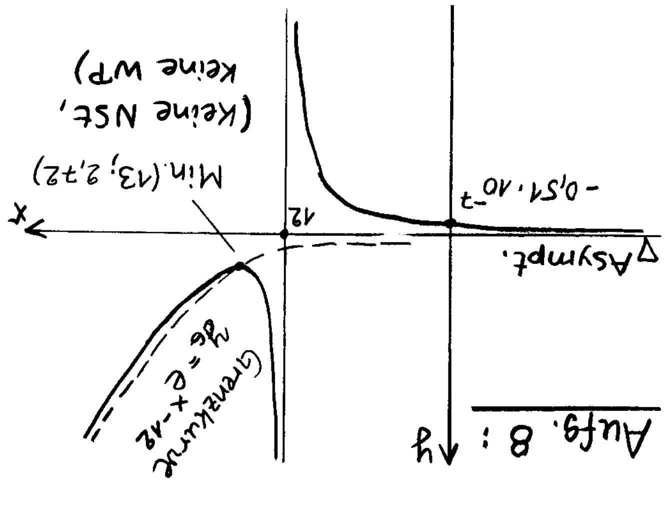
Sonderaufg.: a) $\alpha = 23{,}0°$
b) $\alpha = \arctan \dfrac{e - y}{r - x}$ (mit $e = \frac{4}{3\pi} r$)

Aufg. 11: $P = \frac{1}{12}$ bzw. $\frac{1}{72}$
(wegen $p \neq const$ nicht Binomial-Vert.!)
b) 26,9%

Aufg. 9: $y = 2\cos(3x) + \frac{1}{2}x^6 - 1{,}90x^{-1}$

Aufg. 10: a) $\bar{v} = 101{,}9$ km/h
$t_E = 2{,}45538$ h $= 2:27{,}14"$
b) $\bar{v} = 87{,}6$ km/h („unsinn")
$t_E = 2{,}85538$ h $= 2:51{,}14"$

Aufg. 8: y



„per Hand"

Aufg. 7 (≈ 10 P.): Gesucht ist die 1. Ableitung der Funktion $y = \dfrac{(2x-3)^5 \cdot \sin^2(2x-3)}{\sqrt{\cos(2x-3)}}$.

Die entstehenden Ausdrücke sollen möglichst weitgehend vereinfacht werden (Beseitigung von Doppelbrüchen und negativen Exponenten, Ausklammern von Faktoren usw.).

(Zur Verkürzung der Schreibarbeit darf für $(2x-3)$ eine Abkürzung gesetzt werden.)

Aufg. 8 (≈ 17-21 P.): Die Funktion $y = \dfrac{e^{x-12}}{x-12}$ ist zu diskutieren.

Folgende Punkte sind zu bearbeiten:
a) Symmetrie-Eigenschaften b) Nullstellen, Polstellen,
c) Asymptoten, Gleichung der Grenzkurve, d) Extrema, Wendepunkte
e) Qualitatives Bild der Funktion, wie es sich aus den Ergebnissen a) – d) ergibt. (Keine Plots, keine Tab.!)

Aufg. 9 (≈ 9 P.): Gesucht ist die Lösung der Dgl $y''' = 60x^3 + 54\sin(3x)$ mit folgenden RBn:

1) y = symmetrisch, 2) $y(0) = 1$, 3) $y(1{,}5) = 0$.

Aufg. 10 (≈ 7 P.): Auf einer Autobahn wurden Teilstrecken mit unterschiedlicher Geschwindigkeit gefahren (s. Tab.).

Strecke	150	70	30	km
Geschwindigkeit	130	100	50	km/h

a) Bestimmen Sie die mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$ und die Reisezeit t_R (in Stunden, Minuten, Sekunden).
b) Wie a), jedoch sind zusätzlich 24 Minuten Stillstand im Stau zu berücksichtigen.

Aufg. 11 (≈ 8 P.): In einer Spielhölle wird mit Würfeln in Form von Dodekaedern gewürfelt. Während die Gäste mit regulären Würfeln spielen, benutzt der Inhaber einen gefälschten Würfel, auf dem die Augenzahlen 2 und 5 durch die Augenzahl 12 sowie die 7 durch die 11 ersetzt wurden.

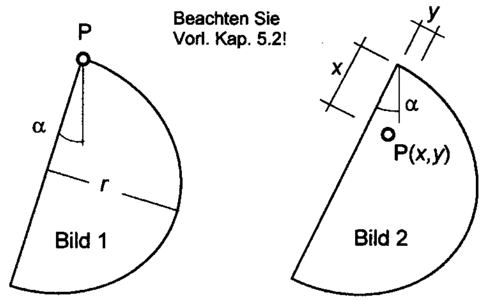
a) Wie groß ist für die beiden Würfel jeweils die Wahrscheinlichkeit p, mit zwei Würfen eine 11 und eine 12 in beliebiger Reihenfolge zu werfen?
b) Um wie viel Prozent höher liegt im Durchschnitt (also bei sehr vielen Würfen) die Summe der erzielten Augenzahlen des gefälschten Würfels gegenüber dem regulären Würfel?

Sonderaufg. (≈ 18 P.):

Eine halbkreisförmige Pappscheibe mit dem Radius r wird am Punkt P aufgehängt. Gesucht ist der Winkel α:

a) Aufhängepunkt P nach Bild 1, (≈ 6 P.)
b) Der Punkt P (x, y) liegt an einer beliebigen Stelle mit den vorgegebenen Koordinaten x, y (Bild 2), d. h. α ist eine Funktion von x und y. Überprüfen Sie die Lösung zu b) an Grenzfällen (≈ 12 P.)

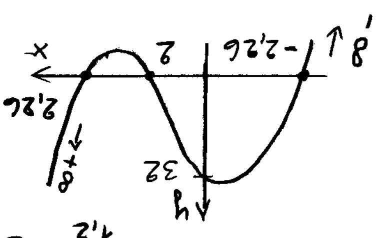
Beachten Sie Vorl. Kap. 5.2!



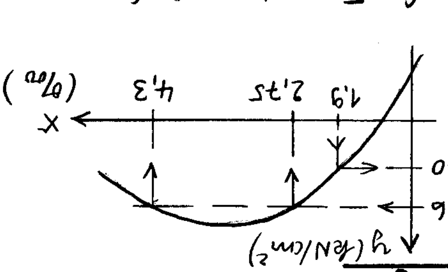
Große Zeichnung (Radius 6 bis 8 cm) mit allen Bezeichnungen erforderlich!

Aufg. 1: $x_1 = -6{,}62$; $x_2 = +3{,}62$ $(x \neq 1;\ x \neq -2)$

Aufg. 2: $x_{1,2} = \pm 2{,}26$; $x_{3,4} = \pm 1{,}77i$



Aufg. 3:



Aufg. 4: a) $\bar{p} = 5{,}95\,\%$ b) $p = 7{,}36\,\%$

Aufg. 5: $x = 0{,}8$ (Max.)

Aufg. 6: a) $y_2 = -\frac{2}{\pi}x + 1$ b) $x = 0{,}691$

Aufg. 7: $N' = \dfrac{-\sin A}{\sqrt{\cos A}}$ $y' = \dfrac{A^4 \sin A\,(10\sin A \cdot \cos A + 3A\cos^2 A + A)}{(\cos A)^{3/2}}$

$z' = 10A^4 \sin^2 A + 4A^5 \sin A \cdot \cos A$ (mit $A = 2x-3$)