Mathematik – Klausur

Studiengang Bauingenieurwesen

03.07.07

– G 35 –

Platz - Nr.	Matr.-Nr.	Name, Vorname

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	S	Summe

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Werden (Teil-) Aufgaben mit Hilfe eines Taschenrechners gelöst, ist der Ablauf der Berechnung NACHVOLLZIEHBAR zu dokumentieren (Kurzkommentare, ggf. Tasten-/ Befehlscode, Ein- und Ausgabewerte mit 2 oder 3 Ziffern angeben). Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops. K E I N E H A N D Y S !

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

„per Hand"

Aufg. 1 (≈ 4 P.): Berechnen Sie x aus der Gleichung $\frac{6}{x+2} - \frac{5}{x+3} = 1$.

Aufg. 2 (≈ 7 P.):

Geg. ist die Matrizengleichung $\underline{A}\,\underline{X} + \underline{B} = \underline{0}$ mit $\underline{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $\underline{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$; $\underline{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}$

a) Stellen Sie das Gleichungssystem in ausführlicher Schreibweise vollständig dar.
b) Bestimmen Sie die Unbekannten X_i nach einer beliebigen Methode (auch „per Hand" sehr einfach!).
c) Kontrollieren Sie das Ergebnis mit einer einzigen Kontrolle, an der alle Gleichungen beteiligt sind.

Aufg. 3 (≈ 6 P.): „per Hand"

a) Gesucht sind der Exponent m und der Koeffizient c des Summanden $(a+b)^{12} = \ldots + \underline{c\,a^m\,b^8} + \ldots$ (Formel für c „per Hand" auswerten!)
b) Welche Aussagen können Sie über die Einheiten von a, b, c und m treffen? (Begründung!)

Aufg. 4 (≈ 10 P.): Gegeben ist die Gleichung $y = -0{,}2\,x^2 + 3$.

a) Stellen Sie die Parabel im 1. Quadranten mit ihren wesentlichen Merkmalen dar (Scheitel, Nullstelle; Skalierung: 1 cm je Einheit auf der x- und y-Achse).
b) Zeichnen Sie die Tangente an die Kurve mit der Steigung $-0{,}9$ ein.
c) Bestimmen Sie die Gleichung dieser Tangente.

Aufg. 5 (≈ 5 P.): Für welche Werte von a sind die drei Vektoren

$\vec{e}_1 = \{a;\,0\,;\,0\}$; $\vec{e}_2 = \{11;\,2a\,;\,6\}$; $\vec{e}_3 = \{27;\,4\,;\,4\}$

NICHT als Basisvektoren im dreidimensionalen Raum brauchbar?

Aufg. 6 (≈ 8 P.): „per Hand"

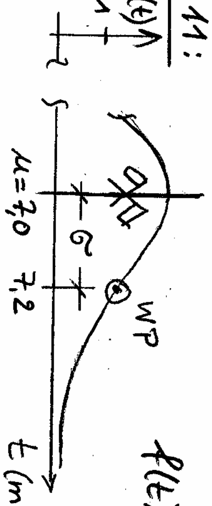
Gesucht ist die erste Ableitung der Funktionen

$y_1 = \ln(\sqrt{2x^2+3})$, $y_2 = \cos^2(\sqrt{2x^2+3})$ und $y_3 = y_1 \cdot y_2$

(Das Ergebnis für y_3 soll auf einen Nenner gebracht werden; Faktoren ausklammern.)

Aufg. 10: $y = -0{,}062\,e^{2x} + 1{,}06\,e^{-4x} + \frac{1}{4}\sin(2x) - \frac{3}{4}\cos(2x)$

Aufg. 11:



$f(t) = \frac{1}{0{,}2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-7{,}0}{0{,}2}\right)^2}$

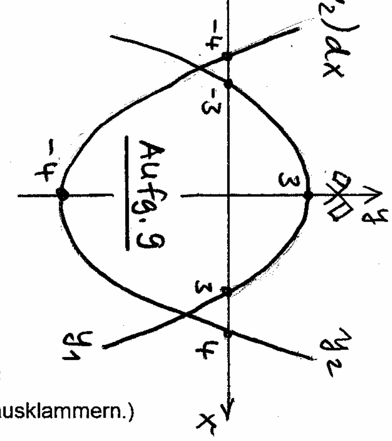
b) 15,7 %

c) 6,62 mm

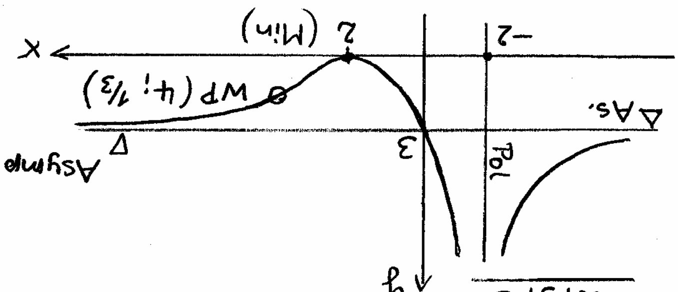
Aufg. 9

$A = 2\int_0^{\sqrt{12}} (y_1 - y_2)\,dx = 32{,}3$ FE

< 48,5; > 24,2



Aufg. 8:



Aufg. 7:

$\alpha = \arctan \sqrt[3]{\ell_1/\ell_2} = 0{,}650 \,\hat{=}\, 37{,}3°$

$L = 3{,}47$ m

50: Lage 1 (B rechts von A): $x < b - 0{,}173\,r$ $(x > 0)$; Lage 2 (B links von A): $x < 0{,}173\,r$ $(x > 0)$,

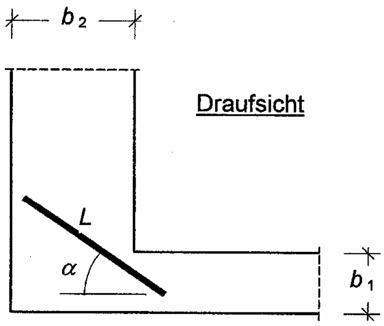
Aufg. 7 (≈ 7 P.):

Ein Heizungsrohr soll durch einen abgewinkelten Kanal geringer Höhe geschoben werden.

a) Fertigen Sie eine große Skizze mit allen erforderlichen Bezeichnungen an.

b) Bestimmen Sie die maximale Länge L des Rohres und den zugehörigen Winkel α, ***allgemein in Abhängigkeit vom Verhältnis*** b_1 / b_2,

c) Berechnen Sie Länge und Winkel für $b_1 = 0{,}77$ m, $b_2 = 1{,}75$ m. (Hinweis: Lösung zu c) auch ohne b) möglich!)



Aufg. 8 (≈ 12-15 P.): Die Funktion $y = 3\left(\frac{x-2}{x+2}\right)^2$ ist zu diskutieren und entsprechend den Ergebnissen der Untersuchungen darzustellen (keine Wertetabellen, keine Plots). Die 3. Ableitung soll nicht untersucht werden!

Aufg. 9 (≈ 11 P.):

a) Skizzieren Sie die beiden Kurven $y_1 = 3 - \frac{1}{3}x^2$ und $y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 4$ im Intervall $-5 \leq x \leq 5$.

b) Welche Flächen schließen die beiden Kurven miteinander ein?

c) Geben Sie eine einfache untere und obere Schranke für das Ergebnis an.

Aufg. 10 (≈ 12 P.): „per Hand"

Gesucht ist die Lösung der Dgl $y'' + 2y' - 8y = 10\cos(2x)$, die die Randbedingungen $y(x=0) = \frac{1}{4}$ und $y(x=\frac{\pi}{4}) = 0$ erfüllt.

Aufg. 11 (≈ 14 P.):

Bei insgesamt 500 Messungen der Stegblechdicke t von Walzträgern IPE 240 ergab sich ein Mittelwert von 6,0 mm und eine Standardabweichung von 0,2 mm.

a) Stellen Sie die Dichtefunktion mit ihren wesentlichen Merkmalen im Intervall [5,9 ; 6,4 mm] dar.

b) Wie viel Prozent aller Messungen sind für Blechdicken $t \leq 5{,}8$ mm zu erwarten?

c) Welche Blechdicke wird voraussichtlich von 3 % aller Proben unterschritten?

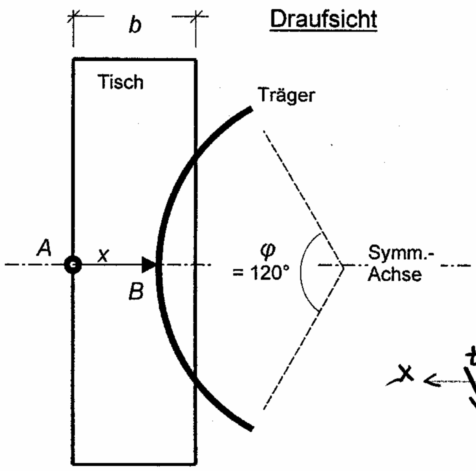
Sonderaufg. (≈ 12 P.):

Ein kreisbogenförmiger Träger (Radius r; Zentriwinkel $\varphi = 120°$) soll auf einem langen, schmalen Tisch (Breite b) abgelegt werden.

Welche Bedingung muss der Abstand x zwischen der ***linken*** Tischkante (Punkt A) und dem Symmetriepunkt (B) des Trägers erfüllen, damit die Lage stabil ist? Im Einzelnen:

a) Fertigen Sie eine große maßstäbliche Skizze (falls erforderlich, auch mehrere Skizzen) mit allen erforderlichen Bezeichnungen an.

b) Berechnen Sie das Intervall von x für stabile Trägerlagen.
Beachte: x ist stets positv von (A) nach (B)!



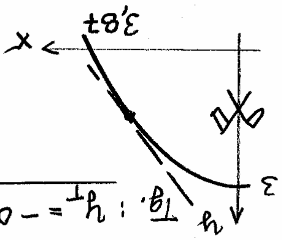
Aufg. 6: $y_1' = \frac{2x}{2x^2+3}$; $y_2' = \frac{-4x\sin\sqrt{A}\cdot\cos\sqrt{A}}{\sqrt{A}}$; $y_3' = \frac{2x\cos\sqrt{A}}{A}\left(\cos\sqrt{A} - 2\sqrt{A}\cdot\sin\sqrt{A}\cdot\sin\sqrt{A}\right)$ mit $A = 2x^2+3$

Aufg. 1: $x_1 = -4{,}45$ $(x \neq -2)$; $x_2 = 0{,}450$ $(x \neq -3)$

Aufg. 2: $x_3 = 4$; $x_2 = -3$; $x_1' = -14$ (Dreiecks-M.) Spalten-Σ-K.: $14 = 14$

Aufg. 3: $C = \binom{12}{4} = \dots = 495$; $[\alpha] = [\ell]$ (Summ.-Regel); $[m] = 1$ (Exponent)

Aufg. 4:



Tg.: $y_T = -0{,}9x + 4{,}04$

Aufg. 5: $D = 0 \Rightarrow a_1 = 0,\ a_2 = 3$