Fachhochschule Münster 14.03.91
Fachbereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. V.Gensichen - G 10 -

[Lösungen L10/1]
akt. 12/01

(leichte Klausur) Mathematik-Klausur

Name:												Matr.-Nr.: Platz-Nr.:
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	S	Summe
Punkte													

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, nicht jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Laptops.
→ Blätter nur einseitig beschreiben! ←

Aufg.1 (3 P.): Wandeln Sie die Zahl $234{,}3_5$ (Zahl zur Basis 5) in die entsprechende Dezimalzahl um.

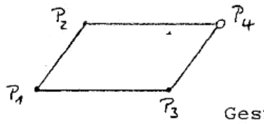
Aufg.2 (4 P.): Gesucht ist die Gleichung der Geraden, die die Funktion $y = \ln x$ im Punkt $x = 1{,}4$ berührt.

Aufg.3 (6 P.): Gegeben ist das Gleichungssystem

$$a x_1 + 2ab\, x_2 = 3 \quad ; \quad 5 x_1 + a x_2 = 8$$

a) Berechnen Sie die Unbekannten x_1 und x_2.
b) Welche Bedingung muß das Verhältnis a/b erfüllen, damit das Gleichungssystem eindeutig lösbar ist?

Aufg.4 (11 P.): Gegeben sind die Koordinaten von drei Eckpunkten eines Parallelogramms:



P1 (4 ; 9 ; 6)
P2 (13 ; 15 ; 7)
P3 (18 ; 20 ; 25)

Gesucht sind die Koordinaten des Punktes P4 und der Flächeninhalt des Parallelogramms.

Aufg.5 (14 P.): Für die folgenden Funktionen ist die erste Ableitung y' gesucht. Die entstehenden Ausdrücke sind so weit wie möglich zusammenzufassen.

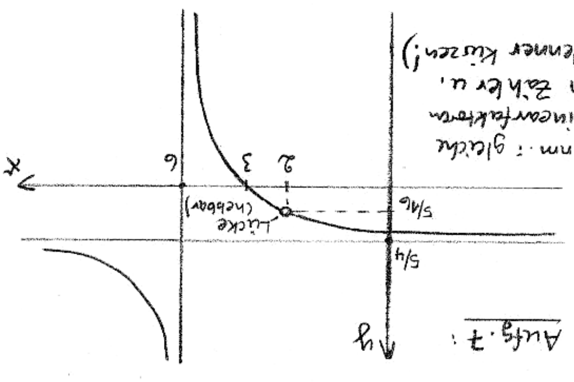
$$a)\ y = \frac{(x - \sin x)^6}{\sqrt{e^{5x}}} \quad ; \quad b)\ y = (e^x)^{e^x}$$

Aufg.6 (~~9~~ 12 P.): Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte: [a) 6 P., b) 6 P.]

$$a)\ \lim_{x \to \pi/2} (\cos x)^{1/[\sin(x - \pi/2)]} \quad ; \quad b)\ \lim_{x \to 0} (5e^x - 4)^{3/x}$$

Sonderaufg.:
$[c_1] = [L]$; $[c_2] = \left[\frac{1}{\text{Zeit}}\right]$
$[c_3] = 1$ (Rechner auf Bogenmaß bzw. Altgrad stellen)
$[c_4] = [L] / \sqrt{[\alpha]\cdot[\text{Zeit}]}$. 2. Summand: falscher formaler Aufbau, da einheitenfrei.

Aufg. 7:



(Anm.: gleiche Linearfaktoren in Zähler u. Nenner kürzen!)

Aufg. 8: $A = 65{,}32$ FE
$A_o = 97{,}98$ " (Rechteck)
$A_u = 48{,}99$ " (2 Dreiecke) } z.B.!

Aufg. 9: $s = 4{,}02$ LE

Aufg. 10: $x_{2,3} = \frac{1}{2} \pm i\sqrt{\frac{23}{4}}$

Aufg. 11: $y = \frac{x^2}{2}\left(\ln x - \frac{3}{2}\right) + \frac{7}{4}$

Aufg.7 (18 P.): Die folgende Funktion ist zu diskutieren:

$$y = \frac{5(x^2 - 5x + 6)}{4(x^2 - 8x + 12)}$$

Verlangt werden im einzelnen:

a) Symmetrie-Eigenschaften
b) Zerlegung von Zähler und Nenner in Linearfaktoren
c) Nullstellen, Polstellen, Unstetigkeitsstellen
d) Verhalten für große Beträge von x
e) Extrema
f) Qualitativ richtiges Bild der Funktion. Dieses Bild ist allein aus den Ergebnissen der Untersuchungen a) bis e) zu entwickeln. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)

Aufg.8 (12 P.): Welche Fläche schließen die beiden Funktionen

$$y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 4 \qquad \text{und} \qquad y_2 = -\frac{1}{6}x^2 + 6$$

miteinander ein? Geben Sie eine obere und eine untere Schranke für das Ergebnis an. (Skizze!)

~~**Aufg.9 (10 P.):** Gegeben ist die Funktion $r = e^{3\varphi}$ (in Polarkoordinaten). Gesucht ist die Bogenlänge der Kurve zwischen $\varphi = 0°$ und $\varphi = 30°$.~~

Aufg.10 (4 P.): Von der kubischen Gleichung $x^3 - 3x^2 + 8x - 12 = 0$ ist eine Nullstelle $x_1 = 2$ bekannt. Ermitteln Sie alle weiteren Nullstellen.

Aufg.11 (7 P.): Gesucht ist die Lösung der DGL $y'' = \ln x$, die den folgenden Randbedingungen genügt:

$x = 1 : \; y = 1 \quad$ und $\quad x = 1 : \; y' = -1$.

Sonderaufgabe (12 P.): Beurteilen Sie, ob der formale Aufbau der folgenden Gleichung richtig ist, und bestimmen Sie die Einheiten der Konstanten c_1 bis c_4 :

$$w = c_1 e^{c_2 t} + \sin^2(c_3 \alpha) + c_4 \sqrt{\alpha t}$$

Die Einheiten der drei Variablen w, α und t sind:

[w] = Länge, [α] = Altgrad oder Bogenmaß, [t] = Zeit.

Aufg. 1: $234{,}3_5 = 69{,}6$

Aufg. 2: $y = 0{,}714x - 0{,}664$

Aufg. 3: $x_1 = \frac{3-16b}{a-10b}$; $x_2 = \frac{8a-15}{a^2-10ab}$; $\frac{a}{b} \neq 10$

Aufg. 4: $P_4(27; 26; 26)$; $A = 188{,}4$ FE

Aufg. 5: a) $y' = \frac{(x-\sin x)^5 [12(1-\cos x) - 5(x-\sin x)]}{2\sqrt{e^{5x}}}$; b) $y' = (1+x)e^{x(1+e^x)}$

Aufg. 6:

6a): „von rechts": $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}+0} \ldots = (-0)^{\infty}$ nicht definiert, da neg. Basis

„von links": $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}-0} \ldots = 0^{-\infty} = \frac{1}{0^{\infty}} = \frac{1}{0} \to \infty$

(ohne Bernoulli!)

6b): e^{15} $(= 3{,}27 \cdot 10^6)$