

Mathematik-Klausur

Name:											Matr.-Nr.:	
											Platz-Nr.:	
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, nicht jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

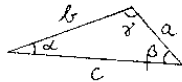
***** Blätter bitte nur EINSEITIG beschreiben! *****

Aufg.1 (6 P.): Geben Sie (unter Verwendung von Linearfaktoren) die Gleichung aller kubischen Parabeln an, die die x-Achse in $x_1 = -4$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ schneiden. Stellen Sie die Funktion qualitativ richtig dar. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)

~~Aufg.2 (4 P.): Gesucht ist der Koeffizient c des Ausdrucks $(a+b)^{22} = \dots + c a^{14} b^8$~~

Aufg.3 (8 P.): Von einem Dreieck sind gegeben:

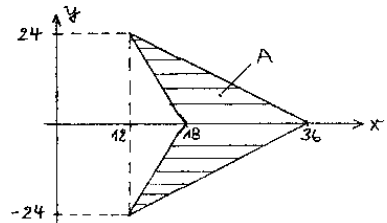
$a = 80 \text{ m}, b = 140 \text{ m}, \alpha = 0,35.$



Gesucht sind c, beta und gamma. Die Lösung ist maßstäblich darzustellen.

Aufg.4 (12 P.):

Die schraffierte Fläche A rotiert um die y-Achse. Bestimmen Sie Volumen und Oberfläche des Rotationskörpers.



\rightarrow Vorz.-Wechsel
 $\rightarrow y = \ominus 1,6 \cdot 10^{-5}$
 $x = 0,17$
 $\rightarrow y = \oplus 3,1 \cdot 10^{-2}$
 $x = 0,16$
 Einheitsform, z.B. von Kontrolle durch

~~Aufg.5 (5 P.): Gegeben ist die Vektordarstellung der Geraden~~

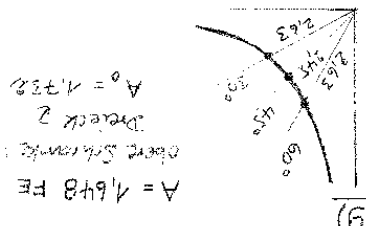
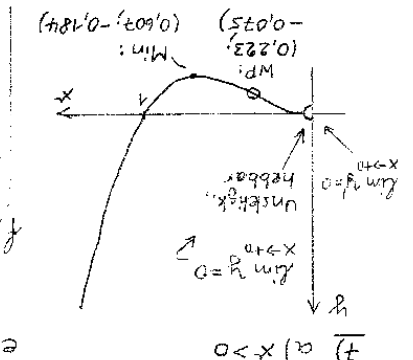
~~$\vec{r} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$~~

Geben Sie die Gleichung dieser Geraden in kartesischen Koordinaten [also als $y = f(x)$] an.

$\rightarrow x_1 = 0$
 $x_2 = 0,1633$
 $\sin x \approx x - \frac{x^3}{6}$
 also ein Rückgang mehr;
 (außerhalb des versch. Interv.)
 $\sin x \approx x \dots \rightarrow x = 0$

8) Taylor:

$a^2 \rightarrow +\infty \Rightarrow \text{Hinn.}$
 $a^2 = 1; f = 1,104 \text{ LE}$
 $-0,184 \leq y < +\infty$
 $0,223 < x$: konvex m.B.
 $0 < x < 0,223$: konvex m.B.



akt. 12/01

[Lö 11/1]

Aufg.6 (12 P.): Für die folgenden Funktionen ist der Wert der ersten Ableitung y' gesucht, und zwar für

a) $y = 2^{3x^2} / 3^{\sqrt{x}}$ in $x = \frac{1}{4}$;

b) $x^2 + y^2 + 2 \sin(x^2 y^2) - 3,673 = 0$ im Punkt $P(0,8 ; 1,2)$.

Aufg.7 (22 P.): Die folgende Funktion ist zu diskutieren:

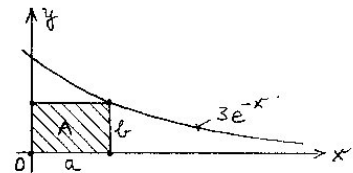
$$y = x^2 \ln x.$$

Die folgenden Punkte sind zu untersuchen:

- a) Definitionsbereich
- b) Nullstellen, Unstetigkeitsstellen, Polstellen
- c) Ableitung y' der Funktion, Steigung für $x = 0$
- d) Extrema
- e) Konkavität / Konvexität
- f) Verhalten für große Beträge von x , Wertevorrat
- g) Qualitativ richtiges Bild der Funktion. Dieses Bild ist allein aus den Ergebnissen der Untersuchungen a) bis f) zu entwickeln. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)

Aufg.8 (9 P.):

Unter der Kurve $y = 3e^{-x}$ soll im ersten Quadranten ein Rechteck mit möglichst großem Flächeninhalt A angeordnet werden (s. Skizze!). Wie groß sind die Seitenlängen a und b ?



Aufg.9 (15 P.): Gegeben ist die Funktion (in Polarkoordinaten)

$$r = \sqrt{\frac{3}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi}}$$

Die folgenden Untersuchungen sind (in Polarkoordinaten, also ohne Umwandlung in kartesische Koordinaten) durchzuführen:

- a) Skizzieren Sie die Funktion im ersten Quadranten.
- b) Berechnen Sie die Fläche, die die Kurve mit den beiden Geraden $\varphi = 30^\circ$ und $\varphi = 60^\circ$ einschließt (Skizze!).
- c) Geben Sie eine obere Schranke für den Wert der Fläche an.

Aufg.10 (10 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y' - \frac{3}{x e^{3y} \sin y} = 0.$$

Man versuche, die Lösung nach x oder y aufzulösen.

Sonderaufgabe (11 P.): Die Funktion $y = 4x \sin^2 x + x^2 \sin x - 4,96 x^3$ hat im Intervall $0,1 < x < 0,2$ eine Nullstelle. Bestimmen Sie analytisch einen Näherungswert für diese Nullstelle.

Überprüfen Sie Ihr Ergebnis.

d.h. nicht z.B. Regula falsi oder Newton anwenden!

(; etwas überprüfbar!)
 auch log. Diff. möglich; u.ä.
 (Anm. zu 6a: statt Quotientenregel
 6b) $y'(0,8; 1,2) = -1,0302$
 6a) $y'(x = \frac{1}{4}) = -0,0387$
 5) $y = 1,75x + 16,95$
 M = $10236 \oplus 4663 = 14899$ FE
 4) $V = 72382 \ominus 12667 = 59715$ VE
 (Gutk.)

