[Lösungen L12/1]

Fachhochschule Münster
Fachbereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. V.Gensichen

30.09.91

- G 12 -

akt. 12/01

Mathematik-Klausur

Name:								Matr.-Nr.: Platz-Nr.:			
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, nicht jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

******** Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ********

Aufg.1 (4 P.): Gesucht ist die Gleichung der (zur y-Achse) symmetrischen, quadratischen Parabel mit der Scheitelpunktskoordinate $y_S = -2$ und der Nullstelle $x_0 = 3$.

Aufg.2 (5 P.): Gesucht ist die analytische Lösung der Gleichung

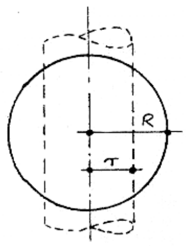
$$e^{0,5x} \cdot 10^{x} = 4 \ .$$

Aufg.3 (4 P.): Für welche Werte von x ist die folgende Ungleichung erfüllt:

$$2(x^2+1) > 6 - x$$

Aufg.4 (7 P.):

Eine Kugel (Radius R=20 cm) wird von einem Bohrer (Radius r=8 cm) zentrisch durchbohrt (s.Skizze).
Berechnen Sie das Volumen des verbleibenden Restkörpers.



Aufg.5 (9 P.): Gegeben ist die Vektordarstellung der Geraden

$$\vec{g}_1 = \{5 ; -1 ; 3\} + \lambda\{2 ; 4 ; 6\}$$

Gesucht ist die Gleichung der Geraden g_2, die durch den Spurpunkt P_2 der Geraden $\vec{g}_1$ auf der x-y-Ebene und durch den Punkt P1 (10 ; 12 ; 14) geht.

[Lösungen L12/1] akt. 12/01

Aufg.6 (14 P.): Für die folgenden Funktionen ist der Wert der ersten Ableitung y' gesucht, und zwar für

a) $y = \sin [\, 0{,}5 + e^{2(x-1)^2} \,]$ in $x = 1/4$; (6 P.)

b) $y^x + 3\,x\,y - 8 = 0$ in $x = 1$. (8 P.)

Aufg.7 (22 P.): Die folgende Funktion ist zu diskutieren:

$$y = \frac{(x^2-9)(x-2)}{(x^2-6x+9)(x-3)}$$

Die folgenden Punkte sind zu untersuchen:

a) Zerlegung von Zähler und Nenner in Linearfaktoren
b) Nullstellen, Unstetigkeitsstellen, Polstellen
c) Schnittpunkt mit der y-Achse
d) Verhalten für große Beträge von x
e) Extrema
f) Definitionsbereich, Wertevorrat
g) Untersuchung der Symmetrieeigenschaften
h) Qualitativ richtiges Bild der Funktion. Dieses Bild ist allein aus den Ergebnissen der Untersuchungen a) bis g) zu <u>entwickeln</u>. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)

Aufg.8 (13 P.): Gegeben ist die Funktion $y = \cos x$. Gesucht ist diejenige quadratische Parabel, die an der Stelle $x = \pi$ dieselben Werte für y, y' und y" wie die gegebene Funktion aufweist.

a) Berechnen Sie die Parabel nach zwei verschiedenen Methoden und vergleichen Sie die Ergebnisse.
b) Stellen Sie die gegebene Funktion und die Parabel im Intervall $[\, 0 \,;\, 2\pi \,]$ dar.

Aufg.9 (15 P.): Gegeben ist die Funktion $y = \arctan x$.

a) Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve im Intervall $[\, 0 \,;\, 4 \,]$ mit Hilfe der Simpson-Regel mit $h = 1$ und führen Sie einen Verbesserungsschritt durch. (Alle Zwischenergebnisse sind vollständig anzugeben!)
b) Geben Sie eine untere und eine obere Schranke für das Ergebnis an (Skizze!).

Aufg.10 (12 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 4\,y' + 4\,y = 8x - 4 \,,$$

die die folgenden Randbedingungen erfüllt: $y\,(0) = 0$; $y\,(1) = 0$.

Sonderaufgabe (11 P.): Gegeben ist die unsymmetrische Parabel

$$y = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 \,.$$

a) Welche Symmetrie-Eigenschaft(en) kann man durch eine Parallelverschiebung des Koordinatensystems erreichen? (Begründung!)
b) Bestimmen Sie die zugehörigen Werte dieser Parallelverschiebung.

1) $y = \frac{2}{9}x^2 - 2$ 2) $x = \frac{\ln 4}{0{,}5 + \ln 10} = 0{,}4946$

3) $-\infty < x < -1{,}686$ 4) $V = 25\,799\ \text{cm}^4$
$1{,}186 < x < \infty$

5) $P_z = \{4; -3; 0\}$; $\vec{g}_2 = \{10; 12; 14\} + \mu\,\{6; -15; -14\}$ (z.B.!)

6a) $y'(x = 1/4) = 8{,}366$

6b) $y'(x=1) = -1{,}847$