

Mathematik-Klausur

(Leichte Klausur)

		Name: _____										Matr.-Nr.: _____	
												Platz-Nr.: _____	
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe	
Punkte													

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, nicht jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

***** Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! *****

Aufg.1 (3 P.): Der unendliche periodische Dezimalbruch $1,3\overline{25}$ soll als Bruch ganzer Zahlen dargestellt werden. (Der Rechengang ist vollständig darzustellen!)

Aufg.2 (5 P.): Wie lautet die Gleichung des Kreises mit dem Radius $r = 6$, dessen Mittelpunkt auf der Winkelhalbierenden im 2. Quadranten liegt und der die x-Achse und die y-Achse berührt? Stellen Sie den Kreis dar.

Aufg.3 (6 P.): Das Volumen V_0 einer Pflanze (zum Zeitpunkt t_0) hat sich nach 3 Jahren auf das 6-fache vergrößert. Um wieviel Prozent hatte es sich nach 95 Tagen vergrößert?

Aufg.4 (7 P.): Gegeben ist das Gleichungssystem

$$5x_1 - 2x_2 = 3$$

$$3x_1 + 6x_2 = a$$

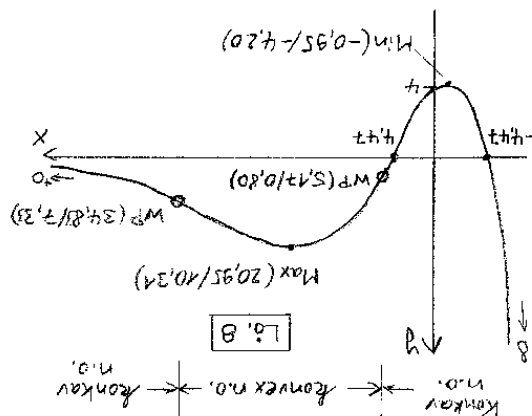
Für welchen Wert von a wird das Produkt $x_1 \cdot x_2$ extremal? Liegt ein Minimum oder ein Maximum vor?

~~Aufg.5 (9 P.): Gegeben ist die Gerade~~

~~$$\vec{g} = \vec{r} + \lambda \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$~~

~~Gesucht ist die Länge l des Lotes vom Koordinatenursprung auf die Gerade \vec{g} .~~

~~Lö. 6a: [Abk.: $a = (5x^2 + 3)$]~~
 ~~$R' = -10x$~~
 ~~$\frac{2a \sin a \cdot \sin(a^2) + \cos a \cdot \cos(a^2)}{\sin^2 a}$~~
~~Lö. 6b: $y' = \frac{2}{24} (\frac{2}{3} x)^5 = 19,6 x^5$~~
~~Lö. 7a: 2,5 Lö. 7b: $\theta^2 = 7,39$~~
~~Lö. 9: $-0,0517 - 0,1207 z$~~
~~Lö. 10: $y = 3x \sin(5x) + 10,62x + 4$~~
~~Lö. S: (R_B + D_{gl} prüfen!)~~



Aufg. 6 (13 P.): Für die folgenden Funktionen ist die erste Ableitung y' gesucht. Die entstehenden Ausdrücke sind möglichst weitgehend zu vereinfachen.

a) (5 P.) $y = \frac{\cos[(5x^2 + 3)^2]}{\sin(5x^2 + 3)}$ b) (8 P.) $y = \ln^7(\sqrt{e^{3x}})$

Aufg. 7 (9 P.): Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) (3 P.) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{25x^2 - 100}{(5x - 10)(3x + 2)}$ b) (6 P.) $\lim_{x \rightarrow 1} (5x^2 - 6x + 2)^{\frac{1}{x^2 - 1}}$

Aufg. 8 (22 P.): Gegeben ist die Funktion $y = e^{-0,1x} (0,2x^2 - 4)$.

- a) Diskutieren Sie die Funktion (z.B. nach der "13-Punkte-Liste").
- b) Entwickeln Sie das qualitativ richtige Bild der Funktion allein aus den unter a) ermittelten Ergebnissen. (Keine Plots, keine Wertetabellen!)

Aufg. 9 (7 P.): Berechnen Sie die komplexe Zahl

$$z = \frac{(5 + 2i) - (3 + 6i)}{(4 + 2i) \cdot (7 + 3i)}$$

Aufg. 10 (10 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y'' = 30 \cos(5x) - 75x \sin(5x)$$

die die folgenden Randbedingungen erfüllt:

$$y(0) = 4; \quad y'(1) = 12.$$

Sonderaufgabe (10 P.): Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y^2 + y'^2 + y''^2 = 9x^4 + 60x^2 + 52$$

mit der Randbedingung $y(1) = 7$.

Diese Dgl wurde von drei Studenten gelöst, jedoch mit unterschiedlichen Ergebnissen:

Lösung 1: $y = 3x^2 + 8$ Lösung 2: $y = 3x^2 + 4$ Lösung 3: $y = 5x^2 + 2$

Überprüfen Sie, ob eine dieser drei Lösungen richtig ist. (Hinweis: Es ist NICHT zweckmäßig, die Dgl selbst zu lösen!)

Lösung 1: $|L| = 304 \text{ LE}$
 (a $\rightarrow \pm\infty$: abs. Max)
 Lösung 2: $a = -3,6$ (rel. Min.)
 Lösung 3: $16,8\%$

