Fachhochschule Münster
FB Bauingenieurwesen
Prof.Dr.-Ing. V.Gensichen

09.03.95

MATHEMATIK - KLAUSUR

- G 16 -

[Lösungen L 16/2] akt. 12/01

Name:					Matr.-Nr.:					Platz-Nr.:		
A.:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
P.:												

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

bitte daran denken!

Aufg. 1 (4 P.): Stellen Sie den Kreis mit dem Mittelpunkt M (3 ; 1) dar, der durch den Punkt P (5 ; 2) geht. Wie lautet die Kreisgleichung?

Aufg. 2 (5 P.): Wandeln Sie die Zahl 2213 mit Hilfe des Hornerschemas in die entsprechende Zahl zur Basis 12 um.

Aufg. 3 (6 P.): Gegeben ist die Gleichung $x + \frac{1+a}{(1-a)x} = b$

a) Berechnen Sie die Unbekannte x.
b) Für welche Relation zwischen den Konstanten a und b gibt es keine reelle Lösung für x?

Aufg. 4 (7 P.): Ein Anfangskapital von 12.000 DM wird zu 3 Terminen im Jahr mit 9,5 % p.a. verzinst. Nach n Jahren hat sich ein Kapital (mit Zinseszinsen) von 38.628,58 DM angesammelt. Berechnen Sie die Anzahl n der Jahre.

Aufg. 5 (6 P.): Gegeben sind 2 Vektoren a = {8 ; 5 ; 3} und b = {6 ; 9 ; 7}. Gesucht ist ein Vektor c, der senkrecht auf a und b steht und dessen Betrag gleich 40 ist.

Aufg. 6 (17 P.): Für die folgenden Funktionen ist der Wert der Ableitung y' an der Stelle x = 0,5 gesucht:

a) (5 P.)

$$y = 5^{e^{(x^2+3)}}$$

b) (12 P.)

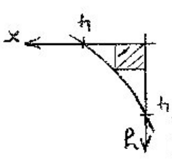
$$y = \frac{6}{\ln^5[\sin(4x^3+2)]}$$

Anm. zu 9) Bei einem möglichen Rechenweg ergibt sich zunächst

$$b = \frac{1+5a^2}{10a} \pm \sqrt{\left(\frac{1+5a^2}{10a}\right)^2 - \frac{1}{5}}.$$

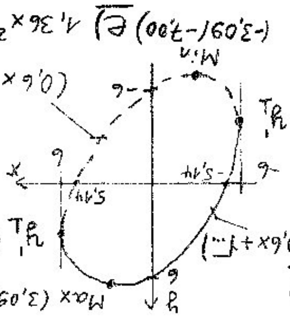
Umformung (Radikant auf Hauptnenner ...)

$\Rightarrow b = a$ (keine Lö.); $b = \frac{1}{5a}$

7) 

$A_{extr.} = 2{,}75$ FE (Max.)

$A_{ob.} = 8$ (od. 6,18)

8) 

$-6 \le x \le +6$

$-7{,}00 \le y \le +7{,}00$

(Halb-) Ellipse

e) $1{,}36x^2 - 1{,}2xy + y^2 - 36 = 0$

9) $b = \frac{1}{5a}$ (s. Anm.)

10) $y = \tan(3x^2 \pm n\pi)$ $(n = 0, 1, 2, \dots)$

S0) $c_1 = 1{,}89$ kN/m ; $c_2 = 0{,}231$ 1/m

Dim.: $q(x) = c_1 e^{c_2 x} \Rightarrow [c_2 x] \stackrel{!}{=} 1$; $[c_2] = \frac{1}{m}$

kN/m = kN/m · 1

[Lösungen L 16/2] C 16 akt. 12/01

Aufg. 7 (14 P.): Gegeben ist die Funktion $y = \frac{32}{x+4} - 4$

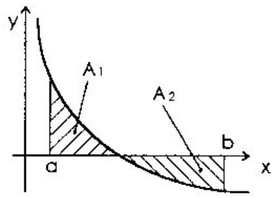
a) Skizzieren Sie den Verlauf der Kurve im 1. Quadranten.
b) Ordnen Sie unter diesem Kurvenstück ein Rechteck mit extremalem Flächeninhalt an (Grundseite auf der x-Achse). Wie groß ist diese Fläche? Stellt sie ein Maximum oder ein Minimum dar?
c) Geben Sie eine obere Schranke für den extremalen Flächeninhalt an.

Aufg. 8 (~~19~~ 21.5 P.): Gegeben ist die Funktion $y = 0{,}6\,x + \sqrt{36 - x^2}$.

Die folgenden Punkte sind zu untersuchen:
a) Definitionsbereich
b) Schnittpunkte mit den Achsen
c) Extrema , Wertevorrat
d) Punkte mit senkrechter Tangente
e) Klassifizierung der Funktion (Hierzu ist die Funktionsgleichung in eine implizierte Form so zu überführen, daß die Wurzel wegfällt.)
f) Bild der Funktion

Aufg. 9 (14 P.):

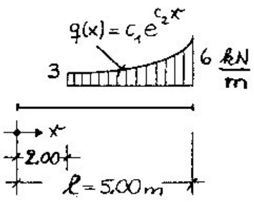
Die Funktion $y = (1 - 5\,x^2) / x^2$ bildet mit der x-Achse die Flächen A_1 und A_2 (s.Skizze). Ermitteln Sie b als Funktion von a für den Fall, daß $A_1 = A_2$ ist.
(Hinweis: Zur Integration spalte man die Funktion y in 2 Summanden auf.)



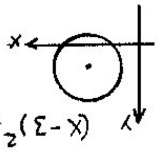
Aufg. 10 (8 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung
$$y' - 6\,x\,(y^2 + 1) = 0 ,$$
die die Randbedingung $y(0) = 0$ erfüllt.

Sonderaufgabe (13 P.):

Ein Träger der Länge ℓ wird in seinem rechten Bereich durch eine Streckenlast $q(x)$ belastet. Bestimmen Sie die Koeffizienten c_1 und c_2 (Zahlenwert und Einheit) und überprüfen Sie das Ergebnis durch eine Dimensionskontrolle.



1) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$



2) 1345_{12}

3a) $x_{1,2} = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - \frac{1+a}{1-a}}$

b) $b^2 < 4\,\frac{1+a}{1-a}$

4) $n = 12{,}5$ Jahre

5) $\vec{c} = \pm \{5{,}6\,;\ -26{,}6\,;\ 29{,}4\}$ (nicht nach Gl.(6.17)!)

6a) $y' = 2x \cdot \ln 5 \cdot e^{x^2+3} \cdot 5^{e^{(x^2+3)}}$; $y'(0{,}5) = 4{,}41 \cdot 10^{19}$

6b) $y' = \frac{-360\,x^2 \cdot \cos(4x^3+2)}{\ln^6[\sin(4x^3+2)] \cdot \sin(4x^3+2)}$; $y'(0{,}5) = +6\,581$