

Lösung zu 5.  
[Lö. G 18/3] " " 7c

akt. 12/01

Platz-Nr.:		Matr.-Nr.:		Name, Vorname:							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden. NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

=====> Blätter bitte nur EINSEITIG beschreiben! <====

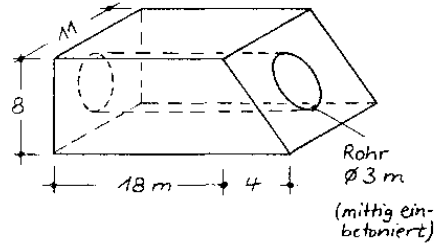
**Aufg. 1 (5 P.):** Von der Gleichung  $x^3 - 10x^2 + 42x - 72 = 0$  ist die Nullstelle  $x_1 = 4$  bekannt. Berechnen Sie alle weiteren (reellen bzw. komplexen) Nullstellen.

**Aufg. 2 (5 P.):** Lösen Sie graphisch die Ungleichung  $\frac{2}{x} + |x| < 0$ .

**Aufg. 3 (5 P.):**

Bestimmen Sie das Betonvolumen des in der Schrägansicht dargestellten Körpers.

(Hinweis: Es ist zweckmäßig, einen vertikalen Längsschnitt durch die Rohrachse zu skizzieren.)

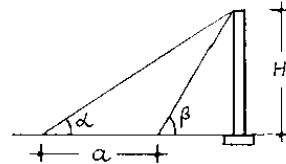


**Aufg. 4 (3,5 P.):**

Auf waagrechttem Gelände wurden gemessen:

$$\begin{aligned} a &= 30 \text{ m} \\ \alpha &= 40^\circ \\ \beta &= 65^\circ \end{aligned}$$

Bestimmen Sie die Turmhöhe  $H$ .



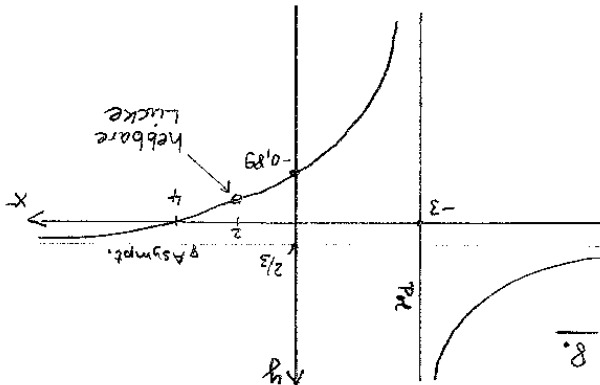
**Aufg. 5 (9 P.):** Gegeben ist die Matrixgleichung  $A \cdot X + B = 0$ .

Für welche Werte von  $a$  ist das zugehörige Gleichungssystem nicht bzw. nicht eindeutig lösbar?

Gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} \ln^2(4-a) & 3 & e^a \\ 0 & \sqrt{3+a} & 6 \\ 0 & 0 & \sin(a+1) \end{pmatrix}; \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

10.  $y_a = c_1 e^x + e^{15x} (c_2 \sin 1,66x + c_3 \cos 1,66x) - 0,6x^2 - 1,92x - 1,71$   
 50.  $[a] = \frac{1}{13}; [b] = L; [c] = \frac{1}{L}; [y'] = 1; [y''] = \frac{1}{L}$

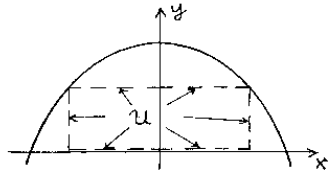


$$\begin{aligned} \bar{f}_a &= 22,67 \text{ LE (Max.)} \\ \bar{f}_b &= 36,6 \text{ LE} \\ \bar{f}_c &= 30,2 \text{ LE} \\ \bar{y}_{\text{max}} &= 0,574 + 0,043(x-2,5)^2 \\ \bar{g}_a(x=1) &= -0,15 = -15\% \\ \bar{g}_a(x=2,5) &= 0 \end{aligned}$$

**Aufg. 6 (14 P.):**

Gesucht ist die erste Ableitung  $y'$  der Funktion  $y = \cos \sqrt{\frac{\sin(3x^2)}{(5x)^{\ln(x+3)}}}$   
 Man vereinfache die entstehenden Ausdrücke.

**Aufg. 7 (16,5 P.):**



Der Parabel  $y = -0,3x^2 + 8$  soll im 1. und 2. Quadranten ein Rechteck mit extremalem Umfang  $U$  (NICHT: Fläche!) einbeschrieben werden.

- a) Berechnen Sie diesen Umfang. Liegt ein Maximum oder ein Minimum vor? (6 P.)
- b) Geben Sie eine grobe obere Schranke für  $U$  an. (Skizze!) (2,5 P.)
- c) Ermitteln Sie eine genauere obere Schranke mit Hilfe der Integralrechnung (8 P.)

**Aufg. 8 (17 P.):**

Für die Funktion  $y = \frac{2x^2 - 12x + 16}{3x^2 + 3x - 18}$  sind folgende Untersuchungen durchzuführen:

- a) Zerlegung von Zähler und Nenner in Linearfaktoren.
- b) Ermittlung der Nullstellen und der
- c) Unstetigkeitsstellen; Untersuchung der zugehörigen Grenzwerte.
- d) Schnittpunkt mit der y-Achse.
- e) Verhalten für große Beträge von  $x$ .
- f) Untersuchung auf Extrema und Wendepunkte.
- g) Qualitativ richtiges Bild der Funktion; dieses Bild ist allein aus den Ergebnissen der Untersuchungen a) bis f) zu entwickeln. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)
- h) Definitionsbereich, Wertevorrat

**Aufg. 9 (12,5 P.):**

a) Entwickeln Sie die Funktion  $y = \frac{e^{0,4x}}{2x}$  an der Stelle  $x = 2,5$  in eine

Taylorreihe, die nach dem quadratischen Glied abbricht.

b) Bestimmen Sie den wahren relativen Fehler der Taylorentwicklung in den Punkten  $x = 1$  und  $x = 2,5$ .

**Aufg. 10 (11 P.):**

Gesucht ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

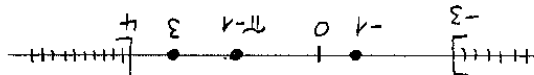
$$y''' - 4y'' + 8y' - 5y = 3x^2 - 2$$

**Sonderaufgabe (9 P.):**

Gegeben ist die Funktion  $y = ax^4 + b \cos(cx)$  mit  $\{y\} = [x] = [L]$ .

- a) Bestimmen Sie die Dimension der Konstanten  $a, b$  und  $c$ .
- b) Führen Sie eine Dimensionskontrolle für die Ableitungen  $y'$  und  $y''$  der Funktion durch.

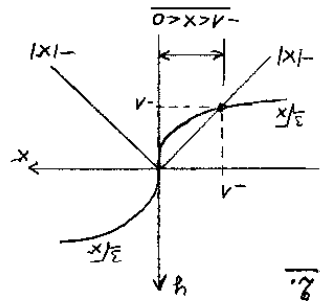
$$y' = -\frac{1}{2} \sin \sqrt{\frac{\sin(3x^2)}{(5x)^{\ln(x+3)}}} \cdot \frac{\sin(3x^2) \cdot \ln(5x) - \ln(x+3) \cdot \sin(3x^2)}{(5x)^{2 \ln(x+3)}}$$



5. Nicht oder nicht eindeutig lösbar in den markierten Intervallen und Punkten!

4.  $H = 4 \cdot 1,35 \text{ m}$

3.  $V = 1619 \text{ m}^3$



1.  $x_2^2 = 3 \pm 3i$