Fachhochschule Münster
FB Bauingenieurwesen
Prof.Dr.-Ing. V.Gensichen

23.09.97

MATHEMATIK - KLAUSUR

- G 21 -

[Lö 21/2] akt. 12/01

Platz-Nr.:	Matr.-Nr.:	Name, Vorname: ↑ Sonderaufg. (a=8, b=4)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur EINSEITIG beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

Aufg. 1 (3,5 P.): Wandeln Sie den periodischen Dezimalbruch $3,\overline{564}$ in einen Bruch ganzer Zahlen um (ohne Benutzung des Taschenrechners).

~~**Aufg. 2 (6 P.):** Lösen Sie näherungsweise graphisch die Ungleichung~~

$$\cancel{-\frac{1}{2}(x-2)^2+3 \geq |x-2|} .$$

Aufg. 3 (4,5 P.): Berechnen Sie $\sqrt[0{,}01]{8324}$.

Aufg. 4 (7 P): Gegeben ist die Matrizengleichung $A\,A^T(X - C) = B$, mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix} .$$

Stellen Sie das lineare Gleichungssystem dar, das diese Matrizengleichung beschreibt.
(Die Lösung des linearen Gleichungssystems ist nicht gefragt!)

Aufg. 5 (15 P.): Im kartesischen $\vec{i}$-$\vec{j}$- System sind die Basis

$\vec{e}_1 = 8\vec{i} + 1{,}5\vec{j}$, $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + 1{,}4\vec{j}$ und der Vektor $\vec{a} = 15\vec{i} + 7\vec{j}$

gegeben. ([$\vec{i}$] = [$\vec{j}$] = m .)

Gesucht sind die Komponenten a_1 und a_2 des Vektors $\vec{a}$ im Koordinaten-System $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$. Lösen Sie die Aufgabe

a) zeichnerisch (maßstäbl. Skizze; Maßstab und Einheiten angeben!) (7 P.)
b) rechnerisch (8 P.)

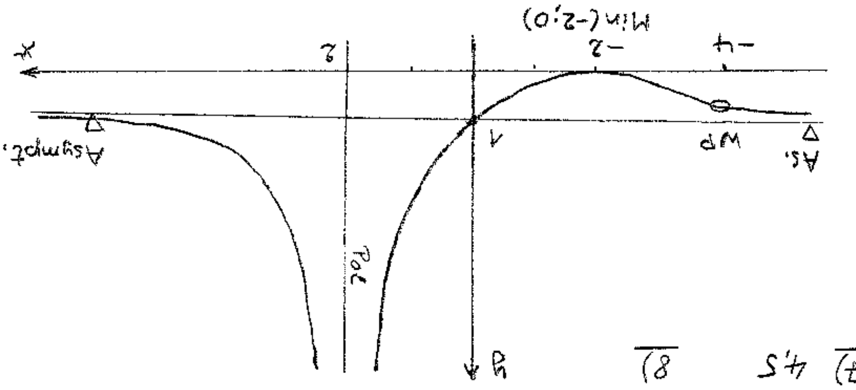
Bei allen Zwischenergebnissen sind die Einheiten anzugeben!

10) $x = \sqrt[3]{y - \frac{1}{4}\ln(3+2e^{4y}) + 1{,}40}$

So.) $r_A = \frac{536{,}2}{2\pi \cdot 50{,}3} = 1{,}696$ LE

$1{,}33 < 1{,}696 < 2$ LE

9) $I_{sR} = 1{,}6531$ LE
$I_{sv} = 1{,}6528$
$1{,}6184 < 1{,}6528$ ✓



8)

7) 4,5

Aufg. 6 (15 P.): Ein Student hat für die 1. Ableitung der Funktion

$$y = \operatorname{arccot}\frac{x}{\sqrt{9-x^2}} \quad \text{nach Umformung das Ergebnis} \quad y' = -\frac{1}{\sqrt{9-x^2}} \quad \text{erhalten.}$$

Überprüfen Sie das Ergebnis
- a) analytisch (8 P.),
- b) überschläglich numerisch mit Hilfe des Differenzenquotienten mit $x_1 = 1$, $x_2 = 1{,}1$ (7 P.).

  [Anm.zu b), Taschenrechner: arccot x = π/2 - arctan x.]

6a) $y' = -\dfrac{1}{1+\dfrac{x^2}{9-x^2}} \cdot \dfrac{9}{(9-x^2)\sqrt{9-x^2}} = \ldots = -\dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}}$ ✓

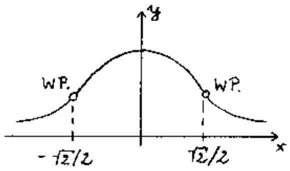
b) $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1{,}1954 - 1{,}2310}{1{,}1 - 1{,}0} = -0{,}3560$ ✓

$y'(x=1{,}05) = -\dfrac{1}{\sqrt{9-1{,}05^2}} = -0{,}3558$

Aufg. 7 (8 P.): Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x^2\left(1-\cos\frac{3}{x}\right)\right]$

Aufg. 8 (15 P.): Die Funktion $y = \left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)^2$ ist zu diskutieren und qualitativ richtig darzustellen.
Das Bild der Funktion ist allein aus den Ergebnissen der vorangegangenen Untersuchungen zu entwickeln. (Keine Wertetabellen, keine Plots !)

Aufg. 9 (16 P.): a) Für die dargestellte Funktion $y = e^{-x^2}$ soll mit Hilfe der Simpson-Regel die Bogenlänge zwischen den Wendepunkten berechnet werden (mit genau 4 Nachkommastellen!). Die Symmetrie ist auszunutzen. (n=4 im Intervall $0 \le x \le \sqrt{2}/2$)



b) Führen Sie einen Verbesserungsschritt aus.

c) Geben Sie eine untere Schranke für das Ergebnis an.

Aufg. 10 (12 P.): Gegeben ist die Differentialgleichung $y' - 2x^2 e^{4y} - 3x^2 = 0$

Gesucht ist die Lösung der Dgl., die die Randbedingung y(1) = 0 erfüllt.

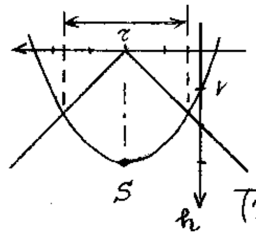
Sonderaufgabe (9 P.): a) Berechnen Sie den Flächenschwerpunkt der Halbellipse mit den Halbmessern ~~a = 6~~ a=8 und ~~b = 5~~ b=4 mit Hilfe der Guldinschen Regel für Rotationskörper.
(Anm.: Hilfswerte dürfen der Formelsammlung entnommen werden!)

b) Geben Sie eine obere und eine untere Schranke für das Ergebnis an.

Lösungen

1) $z = \dfrac{1187}{333}$

2)



(symm. zu x=2)
$0{,}5 \lessapprox x \lessapprox 3{,}4$

3) $1{,}079 \cdot 10^{392}$

4) $12x_1 + 11x_2 = 13$
$11x_1 + 12x_2 = 14$

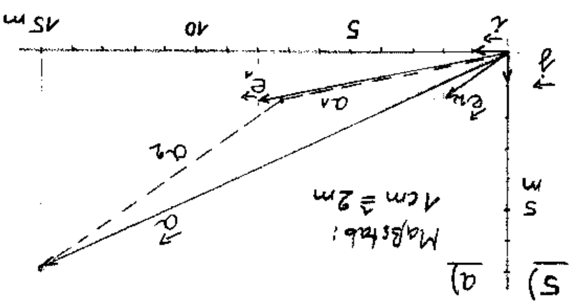
5) a)

$\vec{a} = 12\vec{e}_1 + 7\vec{e}_2 \approx 0{,}89\vec{e}_1' + 4{,}0\vec{e}_2'$

$e_1 \approx 8{,}1\,m$; $e_2 \approx 2{,}4\,m$; $a_1 \approx 7{,}2\,m$; $a_2 \approx 9{,}6\,m$

$\lambda_1 = a_1/e_1 \approx \frac{7{,}2}{8{,}1} = 0{,}89$ [1]

$\lambda_2 = a_2/e_2 \approx 9{,}6/2{,}4 = 4{,}0$ [1]



5 b) $\lambda_1 = 0{,}854$ [1]
$\lambda_2 = 4{,}085$ [1]
$a_1 = 6{,}95\,m$
$a_2 = 9{,}93\,m$