

[Lö 25/1]

Fachhochschule Münster
 FB Bauingenieurwesen
 Prof.Dr.-Ing. V.Gensichen

Mathematik – Klausur

04.03.2002

- G 25 -

Platz-Nr.:		Matr.-Nr.:		Name, Vorname:										
Ich benutze: <input type="checkbox"/> TI-92 <input type="checkbox"/> progr. TR., Typ														<input type="checkbox"/> nicht progr. TR.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe	Note		

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Werden (Teil-) Aufgaben mit Hilfe eines Taschenrechners gelöst, ist der Ablauf der Berechnung NACHVOLLZIEHBAR zu dokumentieren (Kurzkommentare, ggf. Tasten-/ Befehlscode, Ein- und Ausgabewerte mit 2 oder 3 Ziffern angeben). Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops. **KEINE HANDYS!**

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur EINSEITIG beschreiben! ←←←←←←←←

So: a) $\left[\frac{y y''}{y'^2} \right] = \frac{[y] \cdot [y/x^2]}{[y/x]^2} = 1$
 b) Konvergenz-krit. beim Newton-Verfahren

LÖ 10: $y = \frac{x^4}{8} + \frac{1}{32} (\cos(4x) - 1) - 0,297 x^2$

per Hand

Aufg. 1 (4 P.): Berechnen Sie x aus der Gleichung $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} - \frac{1}{4} = 0$

Aufg. 2 (9 P.): Gegeben sind die Koordinaten der Eckpunkte eines Dreiecks
 $P_1(-3; 2); P_2(3; -1); P_3(5; 4)$ (in m).

- a) Stellen Sie das Dreieck im Maßstab 1:100 im kartesischen Koordinatensystem dar (kariertes Papier!)
- b) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks.
- c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schwerpunkts und tragen Sie ihn in die Zeichnung ein.
- d) Führen Sie eine graphische Kontrolle für die Lage des Schwerpunkts durch (in die Zeichnung eintragen!)

Aufg. 3 (14 P.): Aus der folgenden Tabelle soll der zu $x = 1,48$ gehörende Wert ermittelt werden,

a) durch lineare Interpolation,	$x = \begin{matrix} & 1,2 & 1,4 & 1,6 \\ \hline y = & 2,1 & 3,4 & 3,8 \end{matrix}$
b) durch quadratische Interpolation.	
c) Kontrollieren Sie die Ergebnisse graphisch (zweckmäßig auf kariertem Papier! Die Parabel durch die 3 Punkte soll freihand gezeichnet werden.)	

Aufg. 4 (13 P.): Mit einer Waage, die auf $\pm 4\%$ genau abgelesen werden kann, wird das Gewicht einer Stahlkugel (Dichte = $7,85 \text{ g/cm}^3$) zu $3,20 \text{ kg}$ bestimmt. Wie groß ist der relative Fehler (in %) des aus dem Gewicht berechneten Kugelradius

- a) exakt, b) näherungsweise ?
- c) Wie ist die Fehlerfortpflanzung einzuschätzen ? (Kurze Begründung!)

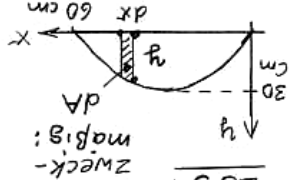
Aufg. 5 (10 P.): Gesucht ist die erste Ableitung der Funktion $y = (4x+3)^{0,5} \sqrt[3]{(4x+3)^5} \ln^2(4x+3)$
 [Hinweis: Es ist zweckmäßig, die Funktion y vor dem Differenzieren möglichst zu vereinfachen!]

per Hand

Man vereinfache die bei 'y' entstehenden Ausdrücke (Beseitigen von (Doppel-) Brüchen und negativen Exponenten; Ausklammern von Faktoren).

Aufg. 6 (6 P.): Gesucht ist der Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 4} (2x-7)^{\frac{3}{2x-8}}$

$A = \frac{\pi}{8} R G = 1146 \text{ cm}^2; S_x = \frac{G R^2}{4} = 13500 \text{ cm}^3$
 $G_s = \frac{G}{\pi} R = 11,8 \text{ cm} > 10 \text{ (Dreieck)}$
 $G_s < 15 \text{ (Rechteck)}$



LÖ 8: $\vec{M} = \vec{e}_x \times \vec{F} = \ominus 440 \text{ Nm}; |\vec{M}| = 440 \text{ Nm}$
 ↪ (entgegen pos. z-Achse)

LÖ 9:

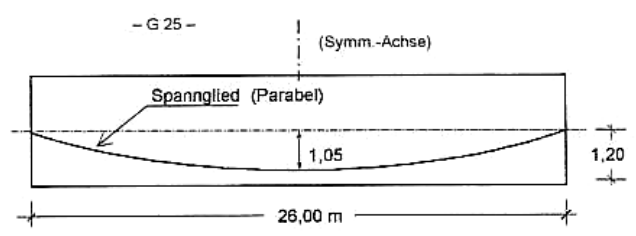
Lö 6: $e^3 = 20,1$ Lö 7: $L_{\text{exakt}} = 26,09 < L_{\text{Simpson}} = 26,11 < L_{\text{Hand}} = 28,10 \text{ m}$

$$L_{\text{Simpson}} = \frac{1}{3} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2) \right] \Delta x = \frac{1}{3} \left[0 + 4 \cdot 1,05 + 0 \right] \cdot 26 = 36,4$$

$$L_{\text{Hand}} = \int_0^{26} \sqrt{1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2} dx = 28,10 \text{ m}$$

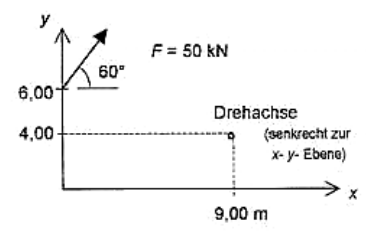
Aufg. 7 (10 P.): „per Hand“

- Berechnen Sie mit Hilfe der Simpson-Regel die Länge des Spannglieds (unter Ausnutzung der Symmetrie; mit $n = 4$).
- Geben Sie eine möglichst einfache untere und obere Schranke für die Länge an. (Skizze!)



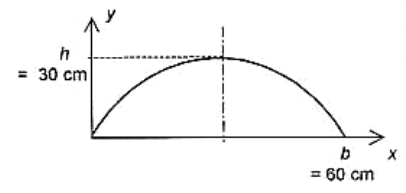
Aufg. 8 (12 P.):

- Mit Hilfe der Vektorrechnung soll das Drehmoment der Kraft F bezüglich der gegebenen Drehachse bestimmt werden.
- Führen Sie eine (maßstäbliche) graphische Kontrolle durch (Längenmaßstab $M = 1:100$; kariertes Papier vorteilhaft!).



Aufg. 9 (14 P.): Gegeben ist die Funktion $y = h \sin(\pi x / b)$.

- Diese Funktion schließt in $[0; b]$ mit der x-Achse eine Fläche ein. Berechnen Sie
- den Flächeninhalt,
 - die Lage des Flächen-Schwerpunkts.
 - Geben Sie für beide Werte jeweils eine untere und obere Schranke an (Skizze!).



Aufg. 10 (11 P.): Gegeben ist die Dgl $y''' = 3x + 2 \sin(4x)$

mit den Randbedingungen: y ist symmetrisch; $y(0) = 0$; $y'(1) = 0$.

- Welche Symmetrie-Eigenschaften weisen y' , y'' und y''' auf?
- Wie lautet die Lösung der Dgl?

Sonderaufgabe (10 P.): Gegeben sei eine Funktion $y = f(x)$, wobei die Einheiten von x und von y beliebig sein sollen.

- Welche Einheit hat der Ausdruck $\frac{y y''}{y'^2}$?
- In welchem Zusammenhang spielt dieser Ausdruck eine Rolle?

Lö 1: $x \neq 0; x_1 = -0,633; x_2 = 12,6$
 Lö 2: $A = 18 \text{ m}^2; X_S = Y_S = 1,67 \text{ m}$
 Lö 3: $y(h, l) = 3,56; y(h, l) = 3,67$
 Lö 4: $\overline{d r_0} = 1,30\%; \overline{d r_1} = -1,35\%; \overline{d r} \approx \pm 1,33\%$
 c) günstig, da Exponent $= 1/3 < 1$.