

Name: \_\_\_\_\_ Platznummer: \_\_\_\_\_  
 Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_ (Blätter bitte nur einseitig beschreiben!)

Aufg.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

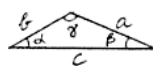
**Aufg.1 (4 P.):** Das Volumen  $V$  eines Torus beträgt  $1440 \text{ m}^3$ ; das Verhältnis von Volumen  $V$  zu Oberfläche  $A$  ist  $V/A = 1,2 \text{ m}$ . Wie groß ist der Rotationsradius  $R$ ?

**Aufg.2 (4 P.):** Eine Bank bietet für eine Geldanlage auf 5 Jahre folgende zwei Möglichkeiten:

- a) 3% Zinsen und bei Auszahlung nach 5 Jahren zusätzlich 10% auf den angesparten und verzinsten Betrag,
- b) 3 Jahre mit 3% Zinsen und 2 Jahre mit 6% Zinsen.

Welche Konditionen sind vorzuziehen?

**Aufg.3 (8 P.):** Von einem Dreieck sind gegeben:



$a = 100 \text{ m}$ ,  $b = 130 \text{ m}$ ,  $\alpha = 20^\circ$ .

Gesucht sind  $c$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  sowie eine Lösungsskizze.

**Aufg.4 (13 P.):** Ein Tachometer mit einem Anzeigebereich bis  $250 \text{ km/h}$  zeigt statt der tatsächlichen Geschwindigkeit  $v$  den Näherungswert

$$a = 1,02v - 2,25 \cdot 10^{-3} \cdot v^2 + 10^{-5} \cdot v^3$$

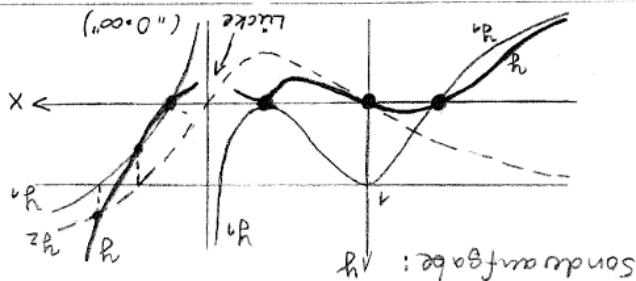
an ( $v$  und  $a$  in  $\text{km/h}$ )

- a) Welche Einheiten haben die Konstanten?
- b) Geben Sie den wahren Fehler  $\Delta a$  und den wahren relativen Fehler  $\delta a$  formelmäßig an.
- c) Ermitteln Sie die Extremwerte von  $\Delta a$  und  $\delta a$  im Anzeigebereich des Tachos.

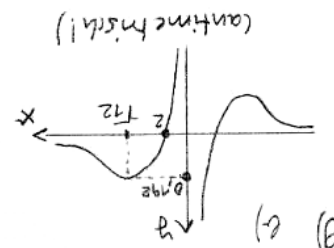
**Aufg.5 (8 P.):** Gegeben ist die implizite, nicht nach  $y$  auflösbare Funktion

$$\sqrt{x^2 + y^2} - \ln(x+1) - xe^{2y} - 3\cos(xy) = 0.$$

Gesucht ist die Steigung  $y'$  der Funktion im Punkt  $P_1(x_1=0; y_1=3)$ .



$$x = 0,0625; y = 0; y' = 0; x = 0$$



6) C =  $\begin{pmatrix} 8(x^2 - x) & 18x - 12 \\ 0 & 2(x^2 - 2x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16x - 12 \\ 2x^2 - 4x \end{pmatrix}$

7)  $\frac{z}{x^2} + x = \frac{P}{2} \cdot \left( \frac{z}{x^2} + x \right)$

10)  $\frac{z}{x^2} + x = 2(x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \dots)$

8) a) 9,29; b) 10,25; c) 8,16

akt. 12/01

-G3-

Aufg.6 (8 P.): Gegeben sind die Matrizen  $A = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ .  
Gesucht ist die Matrix  $C = A^2B - B^2A$ .

Aufg.7 (9 P.): Geben Sie ein Polynom von möglichst niedrigem Grad an, das die x-Achse in  $x_1 = -2$  schneidet und im Ursprung die Steigung 1 hat.

Aufg.8 (13 P.): Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve  
 $y = (x + 2)(x - 2)$

zwischen  $x = -2$  und  $x = 2$

- a) exakt,
- b) mit Hilfe der Trapezregel (mit  $n = 2$ ),
- c) mit Hilfe der Simpson-Regel (mit  $n = 2$ )

(Anmerkung zu b) und c): Es sind alle Zwischenschritte anzugeben.)

Aufg.9 (23 P.): Gegeben ist die Funktion  $y = \frac{x^2 - 4}{x^3}$ .

- a) Diskutieren Sie die Funktion (ohne Ermittlung der Wendepunkte). (7 P.)
- b) Stellen Sie das Bild der Funktion qualitativ richtig dar. (3 P.)
- c) Geben Sie drei Geradengleichungen von Tangenten an, die jede für sich beide Kurvenäste berühren (Skizze!). (13 P.)

Aufg.10 (8 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

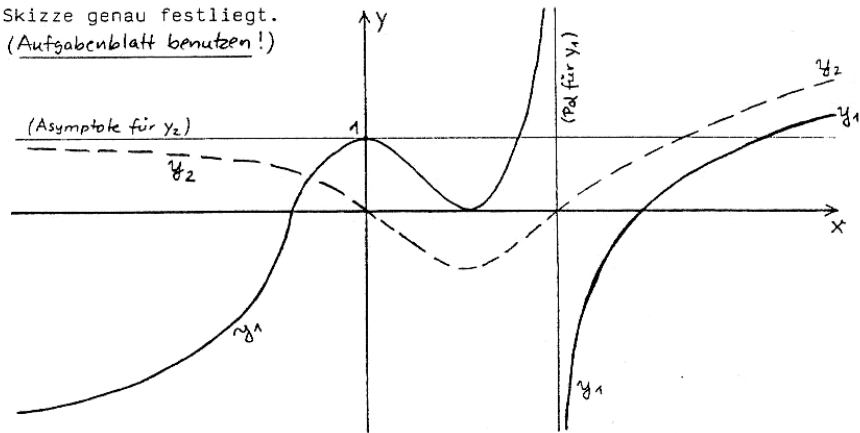
$$\frac{y'}{3x^2 + 2x + 1} - \frac{1}{1 - \sin^2 y} = 0,$$

die die Randbedingungen  $y(1) = \pi$  erfüllt.

Sonderaufgabe (9 P.): Gegeben sind die Graphen der Funktionen  $y_1$  und  $y_2$ . Zeichnen Sie das qualitative richtige Bild der Funktion

$$y = y_1 \cdot y_2$$

in die Skizze ein. Markieren Sie alle Punkte von  $y$ , deren Lage in der Skizze genau festliegt.  
(Aufgabenblatt benutzen!)



5)  $y' = \pm(e^y + 1) = \pm 404$   
 $v_2 = 48 \text{ km/h}$   
 c)  $\Delta a_1 = 0,0454 \text{ km/k}$ ;  $\Delta a_2 = -13,92 \text{ km/k}$ ;  $\Delta a_3 = 20,625 \text{ km/k}$   
 b)  $\Delta a = a - v = 0,02v - 2,25 \cdot 10^{-3}v^2 + 10^{-5}v^3$ ;  $da = \frac{v}{\Delta a} = 0,02 - 2,25 \cdot 10^{-3}v + 10^{-5}v^2$   
 4) a)  $[1,02] = 1$ ;  $[2,25 \cdot 10^{-3}] = 0,00225 \text{ km/k}$ ;  $[10^{-5}] = 10^{-5} \text{ km/k}^2$   
 b)  $c_2 = 32,6 \text{ m}$ ;  $f_2 = 153,6^\circ$ ;  $r_2 = 6,4^\circ$   
 3) Erste Körnung; a)  $c_1 = 211,7 \text{ m}$ ;  $f_1 = 26,4^\circ$ ;  $r_1 = 133,6^\circ$   
 2) a)  $a) = 1,275 > 1$ ;  $R = 12,67 \text{ m}$   
 1)  $R = 12,67 \text{ m}$