Fachhochschule Münster
FB Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. V. Gensichen

Mathematik – Klausur

Studiengang Bauing.-Wesen

06.07.06

– G 32 –

Platz - Nr.	Matr.-Nr.	Name, Vorname

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	S	Summe	

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Werden (Teil-) Aufgaben mit Hilfe eines Taschenrechners gelöst, ist der Ablauf der Berechnung NACHVOLLZIEHBAR zu dokumentieren (Kurzkommentare, ggf. Tasten-/ Befehlscode, Ein- und Ausgabewerte mit 2 oder 3 Ziffern angeben). Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops. K E I N E H A N D Y S !

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

„per Hand"

Aufg. 1 (≈ 4 P.): Berechnen Sie x aus der Gleichung $9x = 3 + \dfrac{30}{x+5}$.

Aufg. 2 (≈ 6 P.): Gegeben ist die folgende Tabelle:

x =	20	22	24	26
y =	-1,7	-0,8	0,3	1,7

Bestimmen Sie durch lineare Interpolation die y – Werte für

a) $x = 20{,}7$, b) $x = 27{,}1$

Aufg. 3 (≈ 5 P.): Für die Gleichung $x\sin(3x) + x^2\cos(3x) = 0$ wurde eine Lösung $x_1 = 1{,}73$ ermittelt. *(Andere Wege werden nicht gewertet!)*
Überprüfen Sie *durch Einsetzen in die gegebene Gleichung*, ob die Lösung im Rahmen der in der Ingenieurmathematik üblichen Genauigkeit richtig ist.

Aufg. 4 (≈ 6 P.): Ein Geldinstitut auf einer Karibik-Insel bietet für Geldanlagen 2 Varianten an:

Variante 1: 20 % Zinsen bei jährlicher Verzinsung

Variante 2: 0,2 % Zinsen bei täglicher Verzinsung (1 Jahr = 360 Tage)

a) Welche Variante ist günstiger?

b) Nach wie vielen Jahren hat sich das Kapital in beiden Fällen verdoppelt? Wie groß ist die Zeitdifferenz in Tagen?

Aufg. 5 (≈ 12 P.): In ein großes Wasserbecken mit einer konstanten Temperatur von $T_W = 50°$ C wird um 8^{00} Uhr ein kleiner Behälter mit einer Flüssigkeit ($T_F = 10°$ C) gestellt. Um 12^{00} Uhr hat sich die Flüssigkeit auf 25° C erwärmt.

a) Stellen Sie die Gleichung für den Erwärmungsvorgang auf und geben Sie die Einheiten der Größen an. *(Hinweis: Beachten Sie Vorlesung-Kap. 2.7)*

b) Stellen Sie die Funktion qualitativ richtig mit ihren wesentlichen Merkmalen dar.

c) Wann hat die Flüssigkeit 95 % der Temperatur des Wasserbeckens erreicht?

Aufg. 6 (≈ 9 P.): Gegeben ist die Weg – Zeit – Funktion $y = 86\, e^{-0{,}02\,t} \sin(3t)$ (mit y = Weg in cm , t = Zeit in s).

a) Bestimmen Sie die Einheiten der 3 Konstanten.

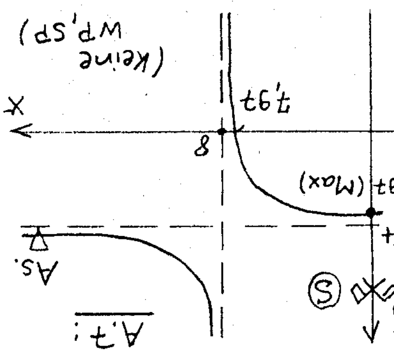
b) Wie lautet die Gleichung, wenn der Weg y in Metern und die Zeit t in Minuten gemessen wird?

c) Kontrollieren Sie das Ergebnis durch Auswerten beider Gleichungen für t = 1 Minute.

A.11: $f(x) = e^{-20}\dfrac{20^x}{x!}$; $f(10) = 0{,}0058/\text{Monat}$; $p = 10^{-4}$

A.10: $\tilde{x} = 3$, $\bar{x} = 3{,}05$; $x_G = 2{,}876$; $x_H = 2{,}708$

A.9: $y = -\frac{9}{4}\arctan\frac{x}{2} + 1{,}043\,x$

A.7:


A.8:

$c = \dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $d = \dfrac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ c2): formal symm. in a, b

u = maximal

c1): $a = b = r \Rightarrow c = d = \frac{\sqrt{2}}{2}\,r$ (Quadrat, max.)

Aufg. 7 (≈ 17-21 P.): Gegeben ist die Funktion $y = \dfrac{1}{\frac{1}{2}x^2 - 32} + 4$.

Folgende Punkte sind zu bearbeiten:

a) Symmetrie-Eigenschaften

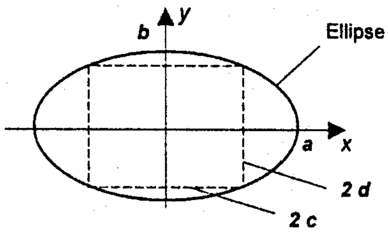
b) Nullstellen, Polstellen, Schnittpunkt mit der y-Achse

c) Verhalten für große Beträge von x

d) Extrema, Wendepunkte

e) Qualitatives Bild der Funktion, wie es sich aus den Ergebnissen a) – d) ergibt. (Keine Plots, keine Wertetabellen!)

Aufg. 8 (≈ 15-17 P.): Einer Ellipse (Halbachsen a, b) soll ein Rechteck (Seiten $2c$, $2d$) mit extremalem ***Umfang*** *(also NICHT: Fläche!)* einbeschrieben werden.



a) Berechnen Sie die Seitenlängen des Rechtecks <u>allgemein</u> in Abhängigkeit von a und b.
(Für a und b sollen <u>keine</u> Zahlen eingesetzt werden!)

Führen Sie während der Herleitungen abschnittsweise die Einheitenkontrollen durch.

b) Die Frage, ob ein Minimum oder Maximum vorliegt, soll (z. B. anschaulich oder numerisch) ohne Untersuchung der zweiten Ableitung geklärt werden.

c) Führen Sie folgende weitere Kontrollen durch :

- Sonderfall $a = b$ = Kreis mit dem Radius r (Skizze!)
- Kontrolle der formalen Symmetrie

Aufg. 9 (≈ 6-10 P.): Gesucht ist die Lösung der Dgl $y'' = \dfrac{9x}{(4+x^2)^2}$ mit folgenden RBn:

1. y = antimetrisch , 2. $y(1) = 0$.

Aufg. 10 (≈ 5 P.): Gegeben sind die in der Tabelle zusammengestellten Messwerte:

i =	1	2	3	4
x_i =	2,4	1,8	3,6	4,4

Gesucht sind der Median, sowie das arithmetische, das geometrische und das harmonische Mittel.

Aufg. 11 (≈ 10 P.): Ein Automat stellt pro Monat 200 000 Schrauben her. Aus einer solchen Serie sind im Mittel 20 Schrauben unbrauchbar.

a) Geben Sie die Gleichung der Dichtefunktion an.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Monat ein Ausschuss von *genau* 10 Schrauben anfällt?

c) Wie groß ist für jede einzelne Schraube das Risiko, zum Ausschuss zu gehören?

Sonderaufg. (≈ 10 P.): Geg. ist die Funktion $y = \dfrac{Z}{N}$, wobei Z und N beliebige Funktionen von x sind.

a) Wie lautet die erste Ableitung y' der Funktion ? (1 P.).

b) Führen Sie eine allgemeine Einheitenanalyse der ersten Ableitung y' durch (mit $[x]$ = Einheit von x, $[y]$ = Einheit von y, $[Z']$ = Einheit des Zählers , usw.)

(Hinweise: 1.) Schreiben Sie y' in Form von 2 getrennten Brüchen , 2.) Beachten Sie Vorl. Kap. 8.9)

A.1: $x \neq -5$; $x_1 = -5{,}57$; $x_2 = 0{,}898$

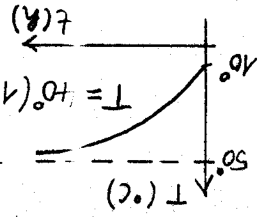
A.2: $y_1 = -1{,}39$; $y_2 = 2{,}47$

A.3: $|S| \approx 11\,\% \pm 3\,\%$

A.4: a) $q_{k1} = 1{,}20 > q_{k2} = 1{,}002$

b) $n_1 = 3{,}80$ J.; $n_2 = 346{,}9$ J.; $\Delta = 1{,}235 \cdot 10^5$ Tage

A.5: c) 23,6 h



$T = 40°(1 - e^{-0{,}1175\,t}) + 10°$ $([t] = h)$ $(y = [T])$

A.6: $[86] = cm$, $[0{,}02] = [3] = 1/s$

b) $y = 0{,}86\, e^{-1{,}2t} \sin(180\,t)$ (y in m; t in min)