(Hinweis: Dies ist die letzte Klausur, die ich im Studiengang Bauingenieurwesen stelle.)

Platz - Nr.	Matr.-Nr.	Name, Vorname

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	S	Summe

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Werden (Teil-) Aufgaben mit Hilfe eines Taschenrechners gelöst, ist der Ablauf der Berechnung NACHVOLLZIEHBAR zu dokumentieren (Kurzkommentare, ggf. Tasten-/ Befehlscode, Ein- und Ausgabewerte mit 2 oder 3 Ziffern angeben). Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, NICHT jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops. K E I N E H A N D Y S !

⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒⇒ Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! ⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐⇐

„per Hand"

Aufg. 1 (≈ 4 P.): Berechnen Sie x aus der Gleichung $\frac{3}{x+2} - \frac{x-3}{4} = 1$.

Aufg. 2 (≈ 6 P.):

Geg. ist die Matrizengleichung $\underline{A}\,\underline{X} - \underline{B} = \underline{0}$ mit $\underline{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 8 & 1 & -11 \end{pmatrix}$; $\underline{X} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$; $\underline{B} = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Stellen Sie das Gleichungssystem in ausführlicher Schreibweise vollständig dar.
b) Bestimmen Sie die Unbekannten X_i nach einer beliebigen Methode (auch „per Hand" sehr einfach!).
c) Kontrollieren Sie das Ergebnis mit einer einzigen Kontrolle, an der alle Gleichungen beteiligt sind.

Aufg. 3 (≈ 10 P.): Aus der folgenden Tabelle soll der zu **x = 2,26** gehörende Wert ermittelt werden,

a) durch lineare Interpolation,
b) durch quadratische Interpolation.
c) Kontrollieren Sie die Ergebnisse graphisch (zweckmäßig auf kariertem Papier! Die Parabel durch die 3 Punkte soll frei Hand gezeichnet werden.)

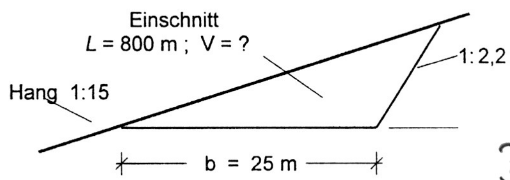
x =	2,2	2,4	2,6
y =	2,1	3,4	3,8

Aufg. 4 (≈ 10 P.): Gegeben ist die Funktion $y = \cos x + 1$.

a) Stellen Sie die Funktion im Intervall $[-\pi\,;\,\pi]$ mit ihren wesentlichen Merkmalen dar (Scheitel, Nullstelle; Skalierung: 2 cm je Einheit auf der x- und y-Achse).
b) Zeichnen Sie die Tangente an die Kurve mit der Steigung 0,4 ein.
c) Bestimmen Sie die Gleichung dieser Tangente.

Aufg. 5 (≈ 7 P.):

Berechnen Sie das Volumen des Einschnitts:
a) Fertigen Sie eine Skizze mit allen Bezeichnungen an.
b) Berechnen Sie die Winkel des Dreiecks, dann seine Fläche und das Volumen.



Aufg. 6 (≈ 8 P.): Gesucht ist die erste Ableitung der Funktionen

„per Hand"

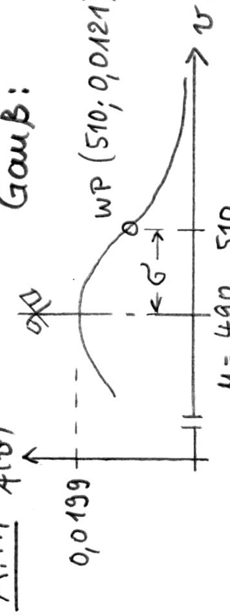
$y_1 = \sqrt{\ln(3x^2+1)}$, $y_2 = \sqrt{\sin^3(3x^2+1)}$ und $y_3 = y_1 \cdot y_2$

(Das Ergebnis für y_3 soll auf einen Nenner gebracht werden; Faktoren ausklammern.)

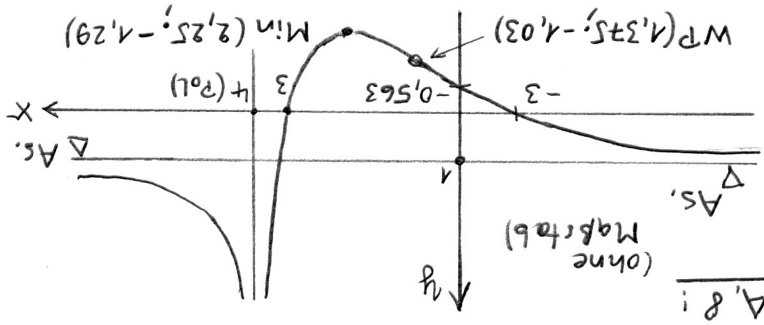
S.O.: b) $h_s = 8{,}33$ cm (v.u.) c) $h = 10{,}8$ cm

$f(v) = \frac{1}{20\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v-490}{20}\right)^2}$ b) 15,9% c) 457 ml

A.11: Gauß:



A.8: (ohne Maßstab)



A.9: $b/h = 2$ (Max.)

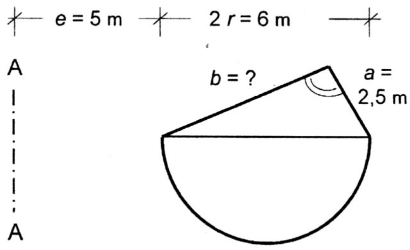
A.10: $y = -8\sin\frac{x}{2} + \frac{5}{2}x^5 + 2x^3 + 2{,}51x$

$V = 1.081\ m^3$; $V_0 = 2\pi \cdot 8{,}0 \cdot 6{,}0 \cdot 5{,}5 = 1.659 > 1081\ m^3$

A.7: $h_s = 8{,}65$ m ; $h_H = 8{,}0$ m ; $V_Ɑ = 370{,}7\ m^3$; $V_H = 710{,}6\ m^3$

Aufg. 7 ($\approx$ 10 P.):

Die aus einem rechtwinkligen Dreieck und einem Halbkreis zusammengesetzte Fläche rotiert um die Achse A – A .



a) Fertigen Sie eine große Skizze mit dem Schwerpunkt des Dreiecks und des Halbkreises sowie deren Abstand s_D und s_H von der Rotationsachse an.

b) Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers.

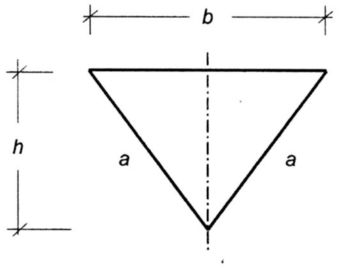
c) Geben Sie eine möglichst einfache obere Schranke für das Volumen an.

d) Markieren Sie in der Skizze die *qualitativ* richtige Lage des Schwerpunkts der Gesamtfläche.

Aufg. 8 ($\approx$ 12-15 P.): Die Funktion $y = \dfrac{x^2 - 9}{(x-4)^2}$ ist zu diskutieren und entsprechend den Ergebnissen der Untersuchungen darzustellen (keine Wertetabellen, keine Plots). Die 3. Ableitung soll nicht untersucht werden!

Aufg. 9 ($\approx$ 9 – 11 P.):

Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck.



a) Wie groß muss das Verhältnis von b/h sein, damit bei konstanter Seitenlänge a die Dreiecksfläche extremal wird?

b) Die Frage, ob ein Minimum oder ein Maximum vorliegt, soll (ohne Untersuchung der 2. Ableitung) anhand von Grenzfällen geklärt werden (Skizzen!).

Aufg. 10 ($\approx$ 9 P.): „per Hand“

Gesucht ist die Lösung der Dgl $y''' = \cos(\frac{x}{2}) + 24x^2 + 12$

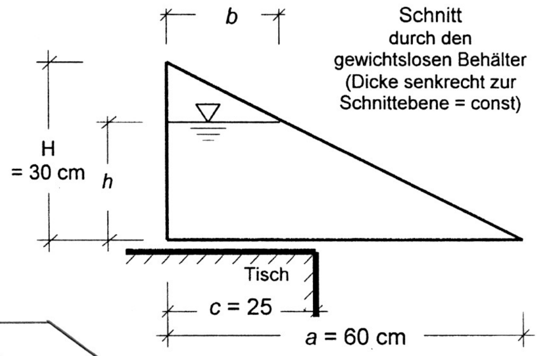
mit den Randbedingungen $y(x = \frac{\pi}{4}) = 0$ und y = antimetrisch.

Aufg. 11 ($\approx$ 14 P.): Bei der Überprüfung des Inhalts von 300 Bierflaschen (Sollvolumen 500 mℓ) ergab sich ein Mittelwert von 490 mℓ und eine Standardabweichung von 20 mℓ.

a) Stellen Sie die Dichtefunktion mit ihren wesentlichen Merkmalen im Intervall [480 ; 530 mℓ] dar.
b) Wie viel Prozent aller Messungen sind für Füllungen von $V \leq 470$ mℓ zu erwarten?
c) Welches Füllungsvolumen wird voraussichtlich von 5 % aller Proben unterschritten?

Sonderaufg. ($\approx$ 12 P.):

Der dargestellte Behälter ist mit Wasser gefüllt, das langsam verdunstet.



a) Fertigen Sie eine maßstäbliche Skizze auf kariertem Papier an (M = 1 : 5, mit h = 20 cm).

b) Berechnen Sie die Lage des Schwerpunktes der Wasserfüllung und das Maß b bei einer Füllhöhe von h = 20 cm.

c) Bei welcher Füllhöhe h kippt der Behälter?

A.1: $x_1 = -5$, $x_2 = 2$ $(x \neq -2)$

A.2: $x_1 = 3$; $x_2 = -2$; $x_3 = 2$ [19=19]

A.3: $y_{lin} = 2{,}49$; $y_{n.l.} = 2{,}58$

A.4: $y_{T1} = 0{,}4x + 2{,}08$
$y_{T2} = 0{,}4x + 1{,}18$

A.5: $\alpha = 3{,}81°$; $\beta = 20{,}63°$; $\gamma = 155{,}56°$; $V = 19.531\ m^3$

A.6: $y_1' = \dfrac{3x}{A\sqrt{\ln A}}$; $y_2' = 9x\sqrt{\sin A}\cdot\cos A$ (mit $A = 3x^2+1$)

$y_3' = \dfrac{3x\sqrt{\sin A}}{A\sqrt{\ln A}}(\sin A + 3A\ln A\cdot\cos A)$