

Name:	(Blätter bitte nur einseitig beschreiben!)	Matr.-Nr.:	
		Platz-Nr.:	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

Aufgabe 1 (3 P.): Gesucht sind die Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionen
 $y = 3x^2 - 2x + 5$ und $y = 2x + 10$.

Aufgabe 2 (4 P.): Von der kubischen Gleichung
 $x^3 + 2,8x^2 - 7,24x - 17,68 = 0$
 ist eine Lösung $x = -2$ bekannt. Bestimmen Sie (analytisch!) die weiteren Lösungen.

Aufgabe 3 (5 P.): Eine Bank bietet für die Anlage von 50.000 DM auf 5 Jahre folgende Konditionen:
 a) bei vierteljährlicher Verzinsung 5,5%
 b) bei jährlicher Verzinsung für die ersten 2 Jahre 5%, für die restlichen 3 Jahre 6%.

Berechnen Sie den Unterschied der Zinserträge nach a) und b).

Aufgabe 4 (7 P.): Gegeben ist die Matrixgleichung $A X = B$, mit

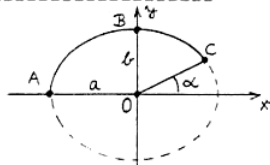
$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Die Unbekannten sind mit Hilfe der Matrizenrechnung zu bestimmen. Der Lösungsweg ist vollständig anzugeben.

Aufgabe 5 (11 P.): Gesucht ist die erste Ableitung y' der folgenden Funktionen:

a) $y = \sqrt{1-x^2} \sin(5x)$, b) $y = [\ln(3x)]^{\sqrt{5x}}$

Aufgabe 6 (14 P.): Das Kurvenstück ABCO (ABC = elliptisches Bogenstück, CO = Gerade) rotiert um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des hierbei entstehenden Rotationskörpers.



Gegeben: $a = 4m$, $b = 3m$, $\alpha = 16,7^\circ$

6) Punkt C: (3,774; 1,114)
 $V = 150,23 - 4,82 = 145,40 m^3$

} kann vielfach umgeformt werden!

$$y' = \left[\ln(3x) \right]^{\sqrt{5x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{5x}} + \frac{\sqrt{5x}}{\ln(3x)} \cdot \frac{1}{3x} \ln(3x)$$

$$y' = \frac{2\sqrt{1-x^2} \sin(5x) + \sqrt{1-x^2} \cos(5x) \cdot 5x}{-x \sin(5x) \sqrt{1-x^2} + 5\sqrt{1-x^2} \cos(5x)}$$

3) $48,52 \pm 0,11$ $4) A^{-1} = \frac{1}{5-2} \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}; x_1 = -0,636; x_2 = -0,722$

Lösungen 1) $(-0,786; 8,422)$, $(2,119; 14,239)$ 2) $x_2 = -3,4; x_3 = +2,6$

Aufgabe 7 (23 P.): Für die Funktion $y = \sin x / (x^2 - \pi^2)$ sind folgende Untersuchungen durchzuführen:

- a) Untersuchung der Symmetrie-Eigenschaften
- b) Ermittlung der Nullstellen und der
- c) Unstetigkeitsstellen; ggf. Berechnung der zugehörigen Grenzwerte
- d) Definitionsbereich
- e) Verhalten für große Beträge von x
- f) Ermittlung des Wertes der ersten Ableitung y' für $x = 0$ und $x = \pi$.
- g) Die unter a) bis f) gewonnenen Ergebnisse sind in das qualitativ richtige Bild der Funktion umzusetzen (Keine Plots, keine Wertetabellen!).

Aufgabe 8 (9 P.): Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten a und b , deren Summe $a + b = 60m$ beträgt. Wie lang muß a sein, damit die Hypotenuse c

- 1) möglichst klein, 2) möglichst groß
- wird? Wie lang ist die Hypotenuse jeweils?

Aufgabe 9 (5 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y''' = 3x,$$

die die Randbedingungen $y''(0) = 1, y'(1) = 0, y(0) = 2$ erfüllt.

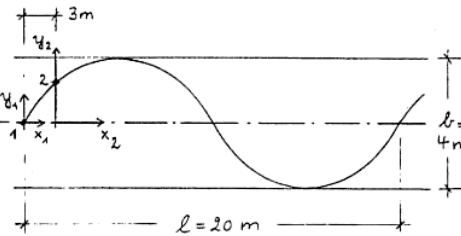
Aufgabe 10 (16 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y' = (27x + 3y + 2)^2,$$

die die Randbedingung $y(0) = 0$ erfüllt.

Sonderaufgabe (14 P.): Ein Radfahrer fährt in einer Schlangenlinie (idealisiert: Sinuslinie) eine Straße entlang.

Beschreiben Sie seinen Weg als Sinusfunktion, wenn er
 a) im Punkt 1 startet, als $y_1 = f(x_1)$,
 b) im Punkt 2 startet, als $y_2 = f(x_2)$.
 Kontrollieren Sie die Ergebnisse (Dimensions- und Wertekontrollen)!



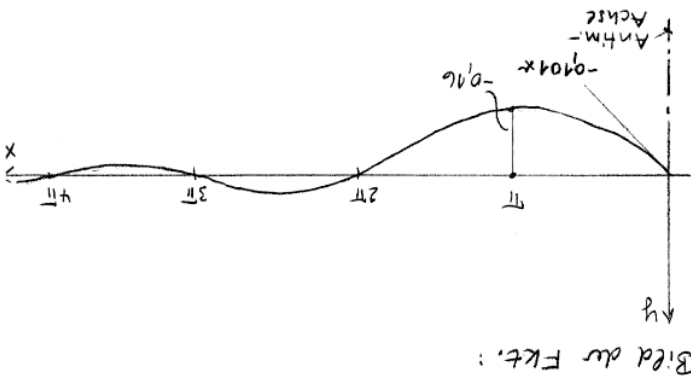
10) $y = -\frac{2}{3} - 9x + \tan(9x + 0,588)$

5) a) $y = 2 \sin(0,314x)$ $[m=m; \frac{1}{m} = m]$ $= [1]$

b) $y = 2 \sin(0,314(x+3))$ $[m=m; \frac{1}{m} - (m+m)]$ $= [1]$

9) $y = \frac{8}{1}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + 2$

8) a) $a = 30m; b = 0$ bzw. $a = 60m$



7) arithmetisch

Nullstellen & Polstellen

Zähler: $x_0 = n\pi$

Nenner: $x = \pm \pi$

$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2} = -\frac{2\pi}{1} = -0,16$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2} = \pm 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2} = \frac{1}{4\pi^2} = 0,025$

Verh. f. große Betr. von x :
 (heißt Kurve) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x^2 - \pi^2} = \pm 0$

Abl.: $y'(x=0) = -\frac{1}{2}$