Fachhochschule Münster
Fachbereich Bauingenieurwesen
Prof. Dr.-Ing. V.Gensichen

akt. 12/01 19.09.89

- G9 -

Mathematik - Klausur

[Lösungen]
L9/3

Name:	(Blätter bitte nur einseitig beschreiben!)	Matr.-Nr.:	
		Platz-Nr.:	

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

Aufgabe 1 (4 P.): Eine Parabel hat im Koordinatenursprung die Steigung 8; sie verläuft durch den Punkt $P_2(3;\ 51)$. Geben Sie die Gleichung der Parabel an.

Aufgabe 2 (5 P.): Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

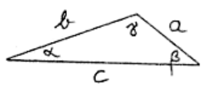
$$\begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 &= -2 \\ x_1 + 6x_2 &= 2. \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Unbekannten <u>mit Hilfe von Determinanten</u> (Der Lösungsweg ist vollständig anzugeben! Führen Sie eine einzige Kontrolle des Ergebnisses durch, die möglichst aussagekräftig ist.

Aufgabe 3 (7 P.): Gesucht ist die Lösung der Gleichung

$$\frac{1}{3}\lg(x^2) + \frac{7}{3}\lg x - 2 = 0.$$

Aufgabe 4 (5 P.): Von einem Dreieck sind gegeben (Bezeichnungen siehe Prinzipskizze):



$a = 4{,}30\text{m}$; $b = 3{,}30\text{m}$; $\alpha = 35^\circ$.

Die Länge der Seite c ist <u>mit Hilfe des Kosinussatzes</u> zu bestimmen.

~~**Aufgabe 5 (8 P.):** Ermitteln Sie, welche Lage die beiden Geraden~~

$$\cancel{\vec{g}_1 = \{\ 8;\ -2;\ -1\ \} + \lambda\{\ 2;\ 5;\ -3\ \}}$$
$$\cancel{\vec{g}_2 = \{\ 0;\ 18;\ 20\ \} + \mu\{\ 2;\ 10;\ 3\ \}}$$

~~zueinander haben.~~

Aufgabe 6 (8 P.): Gesucht ist die erste Ableitung y' der folgenden Funktionen:

a) $y = \cos[1-\ln^2(3x^2)]$ b) $y = \dfrac{e^{3x}\sin x}{\sqrt{\sin x + \cos x}}$

[Lösungen: <u>1.)</u> $a=3,\ b=8,\ c=0$ <u>2.)</u> $x_1 = D_1/D = -2/11$; $x_2 = 4/11$;
Kontr. mit Spaltensumme! <u>3.)</u> $x = 4{,}64$ <u>4.)</u> $c_1 = 6{,}56\,\text{m}$; ($c_2 = -1{,}16\,\text{m}$ f.)
<u>5.)</u> windschief

<u>6.) b)</u> $$y' = \frac{\sqrt{\sin x + \cos x}\,(3e^{3x}\sin x + e^{3x}\cos x) - e^{3x}\sin x \cdot \frac{1}{2}\,\frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{\sin x + \cos x}}}{\sin x + \cos x} (= \dots)$$

<u>6.) a)</u> $$y' = \sin[1-\ln^2(3x^2)] \cdot 4\,\frac{\ln(3x^2)}{x}$$

[Lösungen L9/3] akt. 12/01

Aufgabe 7 (20 P.): Für die Funktion $y = \dfrac{(x-3)(x^2-x-6)}{x^2-2x-3}$ sind folgende Untersuchungen durchzuführen:

a) Zerlegung von Zähler und Nenner in Linearfaktoren,
b) Ermittlung der Nullstellen und der
c) Unstetigkeitsstellen; ggf. Berechnung der zugehörigen Grenzwerte,
d) Schnittpunkte mit der y-Achse,
e) Verhalten für große Beträge von x (Grenzkurve, Asymptote),
f) Definitionsbereich und Wertevorrat,
g) Untersuchung der Symmetrie-Eigenschaften.
h) Die unter a) bis g) gewonnenen Erkenntnisse sind in das qualitativ richtige Bild der Funktion umzusetzen. (Keine Plots, keine Wertetabellen!)

Aufgabe 8 (19 P.): Für die Funktionen

$$y_1 = x \sin x \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{1}{2}x$$

sind folgende Untersuchungen durchzuführen:

a) Ermittlung des Wertes der Ableitung y_1' an der Stelle $x = 0$,
b) Darstellung der Funktionen y_1 und y_2 im Intervall $[0; 2\pi]$ (auf einem gesonderten Blatt; Skalierung: Einheit ≙ 2cm),
c) Berechnung der Fläche, die die beiden Funktionen in $[0; 2\pi]$ miteinander einschließen,
d) Angabe einer unteren Schranke für den unter c) ermittelten Wert.

Aufgabe 9 (10 P.): Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve $y = \ln(x+3)$ im Intervall $[0; 16]$ mit Hilfe der Simpson-Regel (mit $n=4$) und führen Sie einen Verbesserungsschritt durch. (Alle Zwischenschritte sind vollständig anzugeben!)

Aufgabe 10 (14 P.): Gesucht ist die Lösung der Differentialgleichung

$$y'' + 3y' - 10y = \sin(3x),$$

die die folgenden Randbedingungen erfüllt:

$$y(x=0) = 1 \quad \text{und} \quad y(x=0{,}1) = 0.$$

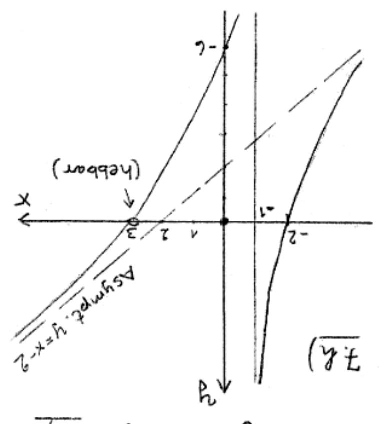
Sonderaufgabe (12 P.): Geben Sie eine Näherung für die Funktion

$$y = e^{-x} + \sin x + \frac{1}{x}$$

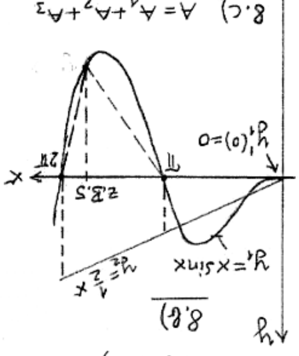
an, die für große Beträge von x gilt. (Begründung!)

[Lösungen: 7.) a) $y = \dfrac{(x-3)(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+1)}$

7.h)



8.b)



8.c) $A = A_1 + A_2 + A_3 = 0{,}022 + 1{,}076 + 17{,}207 = 18{,}305$ FE

8.d) (gestr. Linien):
$A_u = 0 + 0 + \text{Trapez} + \text{Dreieck}$ (z.B. mit $x=5$)
$= \dfrac{1{,}57+3{,}14}{2}\pi + \dfrac{1}{2}\,4{,}79\cdot\pi$
$= 14{,}9 < 18{,}305$

9.) Bogen (l)-Länge $(\sqrt{1+y'^2})$
$I_{Sh} = 16{,}1511$
$I_{S2h} = 16{,}1917$
$I_{SV} = 16{,}1484$

10.) $y = 1{,}975e^{-5x} - 0{,}955e^{2x} - 0{,}043\sin(3x) - 0{,}0204\cos(3x)$

S) $\tilde{y} \approx \begin{cases} \sin x; & x \to +\infty \\ e^{-x}; & x \to -\infty \end{cases}$