

Mathematik-Klausur

[Lösungen L 14/3]

akt. 12/01

Name:	M.-Nr.:										Platz-Nr.:	
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	S	Summe
Punkte												

Es sind alle zur Ermittlung der Lösung erforderlichen Zwischenschritte anzugeben. Programmierbare Taschenrechner dürfen verwendet werden, nicht jedoch höherwertige Rechner wie z.B. Notebooks und Laptops.

***** Blätter bitte nur E I N S E I T I G beschreiben! *****

Aufg.1 (3 P.): Gesucht sind die Koordinaten der Schnittpunkte der Funktionen

$$y = \frac{x^2}{3} + 1 \quad \text{und} \quad y = 3x + 4$$

Aufg.2 (4 P.): Lösen Sie näherungsweise GRAPHISCH die Ungleichung

$$e^x \leq 3 - x^2$$

Aufg.3 (6 P.): Berechnen Sie den Quotienten

$$Q = \frac{2576^{33}}{0,00016^{23}}$$

Aufg.4 (7 P.): Gegeben ist die Matrixgleichung $A X = B$, mit

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

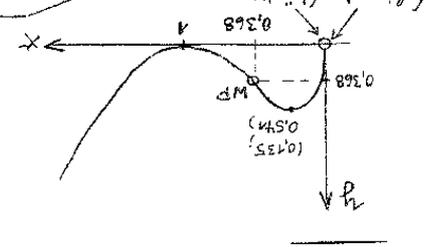
Die Unbekannten sind mit Hilfe der MATRIZENRECHNUNG zu bestimmen. (Andere Lösungswege werden nicht gewertet!) Der Lösungsweg ist vollständig anzugeben!

Aufg.5 (10 P.): Für die folgenden Funktionen ist die erste Ableitung y' gesucht. Die entstehenden Ausdrücke sind möglichst weitgehend zu vereinfachen.

a) (5 P.) $y = \sqrt{\frac{\sqrt{x^5+a}}{x^5+a}}$

b) (5 P.) $y = \frac{xy + \sin x \cdot \cos y}{3xy}$

Handwritten notes for problem 5b: $0 \leftarrow x$, $0 \leftarrow y$, $0 = A$, $\lim_{y \rightarrow 0} y = 0$, $(\infty \leftarrow x)$, $(0 \leftarrow y)$, $\lim_{y \rightarrow 0} y' = \text{Hebbbar}$, (Lücke) .



Handwritten solutions for problem 5a and 5b:

$\text{Lös 5: } R = \frac{2}{x^2} (1 + x^{-4})^{3/2}; x = \pm 1$
 $\text{Lös 10: } y' = -2x - 2 \arctan(-x - 0,577) = -2x + 2 \arctan(x + 0,577)$
 $\text{Lös 7: } y' = 400 \sin\left(\frac{\pi}{x} \cdot 1600\right); A = 400 \text{ m}; T = 3200 \text{ m}$
 $\text{Lös 8: } V^x = 244 \text{ VE}$
 $\text{Lös 6: } a = 8; b = 4 \text{ LE}$

Aufg.6 (8 P.): Der Parabel $y = 12 - x^2$ soll im ersten und zweiten Quadranten ein möglichst großes Rechteck eingeschrieben werden, dessen Grundseite auf der x-Achse liegt.

- a) Skizzieren Sie die Parabel und das Rechteck (Prinzipialskizze).
- b) Berechnen Sie die Seiten a und b des Rechtecks.

Aufg.7 (22 P.): Die folgende Funktion ist zu diskutieren:

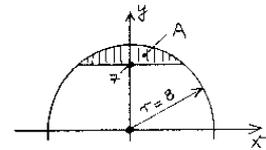
$$y = x \cdot \ln^2 x$$

Die folgenden Punkte sind zu untersuchen:

- a) Definitionsbereich
- b) Nullstellen, Unstetigkeitsstellen, Polstellen
- c) Ableitung y' der Funktion, Steigung für $x = 0$
- d) Extrema
- e) Wendepunkte, Konkavität / Konvexität
- f) Verhalten für große Beträge von x , Wertevorrat
- g) Qualitativ richtiges Bild der Funktion. Dieses Bild ist ALLEIN aus den Ergebnissen der Untersuchungen a) bis f) zu entwickeln. (Keine Wertetabellen, keine Plots!)

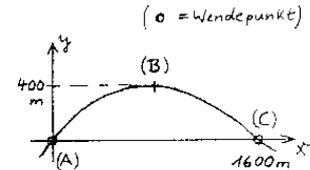
Aufg.8 (15 P.): Der dargestellte Kreisabschnitt mit der Fläche A rotiert um die x-Achse.

- a) Berechnen Sie mit Hilfe der INTEGRALRECHNUNG das Volumen des Rotationskörpers.
- b) Geben Sie eine obere und eine untere Schranke für das Volumen an.



Aufg.9 (15 P.): Es soll der Unterschied der Wegstrecken (A)-(C) [entlang der x-Achse] und (A)-(B)-(C) [entlang der Sinuskurve] bestimmt werden. Gesucht sind:

- a) Amplitude A und Periode T der Sinuskurve
- b) Funktionsgleichung der Sinuskurve
- c) Länge der Sinuskurve (A)-(B)-(C) mit Hilfe der TRAPEZREGEL ($h = 200$ m). (Alle Zwischenschritte sind anzugeben!)
- d) Eine untere Schranke für das Ergebnis unter c)
- e) Unterschied der beiden Wegstrecken.



~~Aufg.10 (14 P.): Gegeben ist die Differentialgleichung~~

~~$$y' = \sin\left(x + y + \frac{\pi}{2}\right).$$~~

- ~~- a) Klassifizieren Sie die Dgl.
 - b) Ermitteln Sie die Lösung, die die Randbedingung $y(1) = 1$ erfüllt.~~

Sonderaufgabe (12 P.): Gegeben ist die Hyperbel $y = 1/x$. Berechnen Sie den Punkt mit dem kleinsten Krümmungsradius.

$$\frac{R_{min} \cdot x_{min} + x - R_2 \cdot g}{R_{min} \cdot x_{min} - R_2 \cdot g} = R_1$$

$$\frac{5(0+x)}{4} \cdot \frac{1}{x} - \frac{1}{5} = R_1$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0,50 \\ 0,25 & 0,167 \end{pmatrix}; x_1 = 1,58, x_2 = 2,25$$

$$\begin{matrix} \text{L0 4:} \\ \text{L0 3:} \\ \text{L0 2:} \\ \text{L0 1:} \end{matrix} \begin{matrix} 4,38 \cdot 10^{222} \\ -1,7 \approx x \approx 0,8 \\ P_1(-0,908; 1,275); P_2(9,908; 33,725) \end{matrix}$$