

# Besondere Zahlen

## Befreundete Zahlen

220 und 284 sind befreundet

Unter einem Paar befreundeter Zahlen versteht man zwei unterschiedliche natürliche Zahlen, von denen wechselseitig jeweils eine Zahl gleich der Summe der echten Teiler der anderen Zahl ist. Weitere befreundete Zahlen lauten:

1184 und 1210  
2620 und 2924  
5020 und 5564  
6232 und 6368  
10744 und 10856

## Dreieckszahlen

$1/2 n(n+1)$  mit  $n = \text{Rang der Zahl}$

Die ersten 12 Dreieckszahlen lauten 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78. Pythagoras betrachtete die Dreieckszahl 10 als heilige Zahl, da sie sich aus  $1+2+3+4$  ergab und sich als vollkommenes gleichseitiges Dreieck legen lies. Pythagoras nannte sie Tekraktys und benutzte sie in einer Eidesformel, die seine Schüler sprechen mussten.

## Euler'sche Zahl

$e = \lim(1+1/n)^n$  für  $n \rightarrow \infty \cong 2.718281828\dots$

Die Euler'sche Zahl ist wohl die bedeutendste mathematische Konstante, da sie in vielen physikalischen Gleichungen eine zentrale Rolle spielt. Besonders hervorzuheben ist, dass sowohl Differentiation als auch Integration der Funktion  $e^x$  wiederum zur e-Funktion selbst führt.

## Goldener Schnitt

$\phi = (1+\sqrt{5})/2$

Der goldene Schnitt ist wohl die irrationalste der irrationalen Zahlen, da er als Kettenbruch dargestellt nur sehr langsam konvergiert. Er lässt sich aus der Fibonacci-Folge ableiten, wobei der Bruch aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen sich dem goldenen Schnitt annähert:  $\phi = \lim(F_n/F_{n+1})$  für  $n \rightarrow \infty$ . Bemerkenswerterweise ergibt er sich auch aus der Zahl der Bestie 666 aus der Offenbarung des Johannes nach der folgenden Formel:  $\phi = -\{\sin 666^\circ + \cos[(6)(6)(6)^\circ]\}$

## Komplexe Zahl

$i^2 = -1$

Komplexe Zahlen erweitern den Zahlenbereich der reellen Zahlen derart, so dass die Gleichung  $x^2 + 1 = 0$  lösbar wird. Sie sind heutzutage in vielen Bereichen der angewandten Mathematik unverzichtbar.

## Kreiszahl Pi

$\pi \cong 3.141592654\dots$

Die irrationale Zahl  $\pi$  ist seit dem Altertum bekannt und stellt die Beziehung zwischen dem Kreisumfang  $U$  und dem Kreisradius  $r$  her:  $U = 2 \pi r$ . Sie lässt sich auch mit dem goldenen Schnitt verbinden:  $6/5\phi^2 = \pi$

## Narzißtische Zahlen

153 ist kleinste Zahl dieser Gruppe

Diese  $n$ -stelligen Zahlen entsprechen der Summe der  $n$ -ten Potenz ihrer Ziffern. Ein weiteres Beispiel ist die Zahl  $54748 = 5^5 + 4^5 + 7^5 + 4^5 + 8^5$ . Die bisher größte entdeckte narzißtische Zahl lautet 115132219018763992565095597973971522401, die 39 Stellen hat, d.h. die Summe jeder einzelnen Ziffer in die 39. Potenz erhoben ergibt die Zahl selbst. Faszinierend!

## Polygonalzahlen

$n/2[n(k-2)-(k-4)]$  mit  $n$  = Rang der Zahl,  $k$  = Eckenzahl

k-Eck	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5
Dreieck	1	3	6	10	15
Viereck	1	4	9	16	25
Fünfeck	1	5	12	22	35
Sechseck	1	6	15	28	45
Siebeneck	1	7	18	34	55
Achteck	1	8	21	40	65

## Urantiazahlen

611121 und 5342482337666

Die erste Urantia-Zahl ergibt sich aus der Vorschrift  $1/n$ , wobei  $n$  die natürliche Zahlen von 7 bis 12 sind und diese Urantiazahl die Anzahl Stellen der Periodizität des Bruches angibt. Der erste Bruch, nämlich  $1/7$  zeigt eine 6-stellige Periodizität.

## Vampirzahlen

Die kleinste Vampirzahl lautet 1260

Eine Vampirzahl hat eine gerade Anzahl von Stellen und ergibt sich aus der Multiplikation der beiden Paare der Stellen, die genau die Hälfte der Stellen aufweisen. Die Stellen können von der ursprünglichen Zahl in jeder beliebigen Reihenfolge entnommen werden. Allerdings darf in den beiden Stellenpaare vorne keine Null stehen. Es existieren nur sieben vierstellige Vampirzahlen:

$$1260 = 21 \cdot 60$$

$$1395 = 15 \cdot 93$$

$$1435 = 35 \cdot 41$$

$$1530 = 30 \cdot 51$$

$$1827 = 21 \cdot 87$$

$$2187 = 27 \cdot 81$$

$$6880 = 80 \cdot 86$$

## Vollkommene Zahlen

6 ist die erste vollkommene Zahl

Vollkommene Zahlen sind die Summe ihrer echten Teiler, wie z. B.  $6 = 1 + 2 + 3$  oder  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ . Die nächsten vollkommenen Zahlen lauten 496, 8128, 33550336, 8589869056, 137438691328 und 2305843008139952128. Alle bekannten vollkommenen Zahlen lassen sich durch den Ausdruck  $2^{N-1}(2^N - 1)$  darstellen.

## Zahl des heiligen Augustinus

$$153 = 1! + 2! + 3! + 4! + 5! = 1^3 + 5^3 + 3^3$$

Aurelius Augustinus Augustinus (354 – 430 n. Chr.) entdeckte mit der 153 die erste narzißtische Zahl, die sich aus der Summe der dritten Potenzen der Ziffern ergibt.