Fachhochschule
Münster University of
Applied Sciences

Physikalisches Praktikum I

Bachelor Physikalische Technik: Lasertechnik, Biomedizintechnik
Prof. Dr. H.-Ch. Mertins, M.Sc. M. Gilbert

E03 Faradaysche Induktion / Lenzsche Regel (Pr_PhI_E03_Induktion_5, 25.06.2014)

Name	Matr. Nr.	Gruppe	Team
1.			
2.			

Protokoll ist ok **O** **Datum** **Abtestat**

Folgende Korrekturen nötig **O**

Teilnahme erfordert erfolgreiches Beantworten der Zulassungsfragen am Versuchstag (siehe Anleitung). Ziel

Wie wandelt ein Dynamo mechanische Arbeit in elektrische Energie um? Was sind die Grundlagen eines elektromagnetischen Schwingkreises im Radioempfänger? Wie hält sich eine elektromagnetische Welle (Licht) selbst „am Leben“? Wie funktioniert eine Wirbelstrombremse? Alle Antworten führen auf die faradaysche Induktion, die wir hier genauer untersuchen.

1. Theorie

Für die Beschreibung der faradayschen Induktion benötigen wir die magnetische Feldstärke, genauer die magnetische Flussdichte B, gemessen in Tesla (T). Die Dichte der B-Feldlinien ist ein Maß für die Stärke des Magnetfeldes. Treten B-Feldlinien durch eine Leiterschleife so wird eine elektrische Spannung U_{ind} in der Schleife induziert, wenn die Zahl der durch die Fläche der Leiterschleife hindurch tretenden Magnetfeldlinien sich zeitlich ändert (siehe Abb. 1). Ganz wichtig hierbei ist die zeitliche Änderung - ein konstantes Magnetfeld selbst induziert noch keine Spannung! Diese Änderung kann auf verschiedenen Wegen herbeigeführt werden: zum einen kann man die Stärke des B-Feldes ändern (Magnet verschieben), zum anderen kann man die (effektive) Fläche A der Leiterschleife ändern (Schleife drehen). Die Flächenform spielt keine Rolle, nur die Zahl der hindurch tretenden B-Feldlinien.

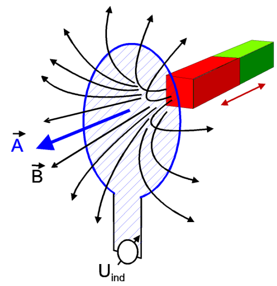

Abb. 1

2.1 Magnetischer Fluss

Die Bedeutung der beiden Größen A und B für die Induktion werden durch den magnetischen Fluss Φ erfasst. Die Fläche der Leiterschleife wird durch einen Vektor $\vec{A}$ beschrieben, der senkrecht auf der Fläche steht und dessen Länge gleich dem Flächeninhalt ist. Damit ist der Fluss der B-Feldlinien durch die Fläche maximal, wenn die Vektoren $\vec{A}, \vec{B}$ parallel sind, was durch das Skalarprodukt $\vec{B} \bullet \vec{A}$ erfasst wird. Da beide Größen sich in der Regel im Raum ändern können, muss integriert werden, d.h. man betrachtet die Summe der B-Feldlinien durch alle kleinen Flächenstückchen $d\vec{A}$

(1) $\Phi = \int \vec{B} \bullet d\vec{A}$, $[\Phi] = \mathrm{Tm}^2 = \mathrm{Wb} = \mathrm{Weber}$ (W.E. Weber 1804–1891)

Ist das B-Feld homogen über der Fläche A und immer senkrecht zur Fläche, d.h. $\vec{A}, \vec{B}$ sind parallel, so vereinfacht sich die Flussberechnung zu

(2) $\Phi = BA$.

2.2 Faradaysche Induktion

Die in der Leiterschleife induzierte Spannung U_{ind} ist gleich der zeitlichen Änderung des Flusses durch eine Leiterschleife

(3) $$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} \bullet d\vec{A}$$

Geht der Fluss durch eine Spule mit N Windungen, so addieren sich die Spannungen

(4) $$U_{ind} = -N\frac{d\Phi}{dt}.$$

Die Spannung kann also durch drei Prozesse der Flussänderung induziert werden:

1) Magnetfeldänderung $d\vec{B}/dt \neq 0$

2) Flächenänderung $d\vec{A}/dt \neq 0$

3) Winkeländerung $\vec{A}$ zu $\vec{B}$ (über das Skalarprodukt)

In Abb. 1 führt die Bewegung des Magneten relativ zur Drahtschleife zu einer Änderung der Zahl der durch die Schleife laufenden Magnetfeldlinien (Prozess 1) und damit zu einer induzierten Spannung. In einem Dynamo wird z.B. die Drahtschleife (Spule) im Feld eines Permanentmagneten gedreht, so dass die Winkeländerung (3) zur Induktion führt. Mit steigender Drehgeschwindigkeit des Dynamos wächst die zeitliche Änderung der von B-Feldlinien durchsetzten Fläche und damit die induzierte Spannung. Die Fahrradlampe leuchtet also heller, wenn ich schneller fahre.

In diesem Praktikum wird die Induktionsspannung durch Variation der vom B-Feld durchströmten Fläche erzeugt, d.h. $d\vec{A}/dt \neq 0$. Dazu wird eine Spule mit N Windungen mit der Geschwindigkeit v in ein, näherungsweise homogenes Magnetfeld hineinbewegt (Abb. 2). Die durchströmte Fläche mit der Breite h wächst linear mit der Zeit t:

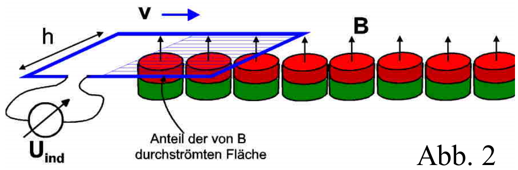

Abb. 2

(5) $A(t) = h\,v\,t$

Setzen wir $\vec{B}$ als homogen und parallel zu $\vec{A}$ an, so folgt für die induzierte Spannung

(6a) $U_{ind} = -\dfrac{d}{dt} NB\,A = -N\,B\,h\,v\,.$

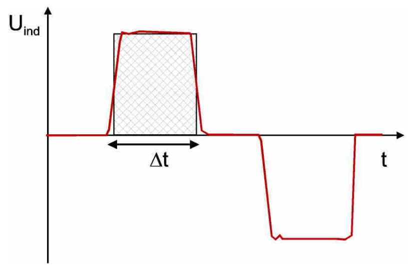

Abb. 3

Aus der Messung der Induktionsspannung kann bei Kenntnis von v somit das Magnetfeld ermittelt werden. Wenn v unbekannt ist muss integriert werden, um B zu ermitteln

(6b) $\int U_{ind}\,dt = -N\,B\,A\,.$

Bei genauer Betrachtung zeigt sich, dass die Spannung auch ohne Spule induziert wird. Generell wird ein elektrisches Ringfeld induziert, welches die B-Feldlinien auf einem senkrecht dazu ausgerichteten Kreis umläuft (Abb.4). Die Induktionsspannung ergibt sich aus dem Linienintegral längs des E-Feldes:

(7) $U_{ind} = \oint \vec{E} \bullet d\vec{s} = -\dfrac{d\Phi}{dt}\,.$

Wenn wir eine Leiterschleife in das kreisförmige E-Feld bringen, können wir U_{ind} messen. Die Coulombkraft $\vec{F} = q\vec{E}$ trennt die Ladungen in der Leiterschleife, so dass sich an den offenen Enden eine Spannung aufbaut. Aus Abb. 2 wird auch klar, wieso die induzierte Spannung maximal wird, wenn die B-Feldlinien senkrecht durch die Leiterschleife laufen: nur dann sind die Coulombkräfte des Ringfeldes tangential zur Leiterschleife und können die Ladungen effektiv trennen.

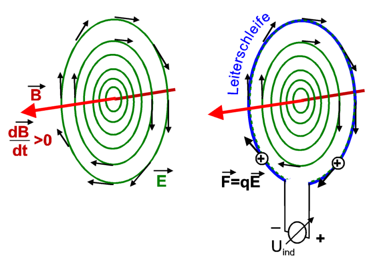

Abb.4

2.3 Lenzsche Regel

Die lenzsche Regel (H.F.E. Lenz 1804 – 1865) beschreibt den Zusammenhang zwischen der Richtung des induzierten E-Feldes bzw. der Richtung des daraus resultierenden Stromes und der Ursache $d\Phi/dt$ der Induktion:

> „Ein induzierter Strom ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte B-Feld der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt, die den Strom hervorruft.“

Dies ist schon aus dem Energieerhaltungssatz heraus verständlich: wird der Magnet in Abb. 1 auf die Leiterschleife zu bewegt, so wird in dieser ein Strom induziert und ein Magnetfeld aufgebaut. Die zum Aufbau des Feldes nötige Energie ist die mechanische Energie, die man aufbringen muss, um den Magneten der Schleife zu nähern. Nach der lenzschen Regel muss das hierbei durch den induzierten Strom erzeugte Magnetfeld der Leiterschleife dem Feld des Stabmagneten entgegengerichtet sein.

2.4 Wirbelströme

Wirbelströme entstehen in einem elektrischen Leiter als Folge der Induktion. Wird z.B. eine Metallplatte von einem Magnetfeld, genauer einem magnetischen Fluss Φ durchsetzt, so muss nach Gl. 7 eine Ringspannung induziert werden, wenn sich die Feldstärke zeitlich ändert (Abb5 a). Durch die Ringspannung werden in der Metallplatte Wirbelströme hervorgerufen, die wiederum ein Magnetfeld erzeugen. Nach der lenzschen Regel muss der Wirbelstrom und damit das er-zeugte Magnetfeld so gerichtet sein, dass es der Flussänderung entgegen-wirkt. In unserem Fall (Abb. 5a) zeigt das er-zeugte Feld in die Ebene hinein, und wirkt somit der ursprünglichen Abnahme $dB/dt < 0$ entgegen. Wirbelströme können aber auch bei konstantem B-Feld erzeugt werden, wenn die Metallplatte mit der Geschwindigkeit v quer durch das Magnetfeld gezogen wird (Abb. 5b). Durchsetzt das B-Feld nur einen Teil der Platte, oder ist das B-Feld inhomogen, so ändert sich der Fluss Φ durch die (gedachte) Schleife. Im gezeigten Fall nimmt die vom B-Feld durchsetzte Fläche der Platte mit der Zeit ab. Nach der Lenzschen Regel kostet dies Energie, was zum Abbremsen der Platte führen muss. Der bremsende Effekt ist sehr gut zu verstehen, wenn wir die Lorentzkräfte auf die Äste des induzierten Wirbelstroms im Magnetfeld betrachten (Abb. 5c). Der exakte Verlauf der Wirbelströme ist meist sehr komplex, aber prinzipiell lässt er sich durch einen Ringstrom erfassen. Wir legen ihn zur Vereinfachung im Rechteck an. Die bremsende Kraft ermitteln wir aus der Lorentzkraft, welche auf die Ladungen q wirken, die sich mit der Geschwindigkeit v im B-Feld bewegt

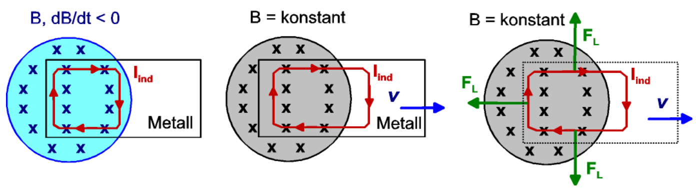

Abb. 5a Abb. 5b Abb. 5c

(8) $$\vec{F}_L = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

Beachte: v ist nicht die Geschwindigkeit der Metallplatte, sondern die der den Strom tragenden Ladungsträger. In unserer Anwendung kennen wir nicht die Geschwindigkeit oder den Betrag q der Ladungsträger. Daher nehmen wir die entsprechende Formel für einen Strom I der durch einen Leiter der Länge l im Magnetfeld fließt

(9) $$\vec{F}_L = I\,\vec{l} \times \vec{B}$$

Die bremsende Kraft ergibt sich aus der Summe der Kräfte auf die vier Stromzweige. Die Kraftkomponenten der oberen und unteren Zweige heben sich auf. Auf den rechten Zweig wirkt keine Kraft, da dieser außerhalb des B-Feldes verläuft. Übrig bleibt die Kraft auf den linken Zweig, welche zur Bremswirkung entgegen der Geschwindigkeitsrichtung führt. Eine quantitative Vermessung von Wirbelströmen ist nicht trivial. Trotzdem wollen wir die zum Betreiben einer Wirbelstrombremse wichtigen Parameter herausarbeiten. Auf einer unter dem Winkel θ geneigten Ebene rutscht eine Metallplatte durch ein inhomogenes B-Feld (Abb. 6), so dass sich der Fluss Φ durch die Platte zeitlich ändert. Dadurch wird ein Strom I induziert der zur bremsenden Kraft führt.

Insgesamt treten folgende Kräfte auf:

(10) $F_g = mg\sin\theta$ Gravitationskraft

(11) $F_R = f\, mg\cos\theta$ Reibungskraft

(12) $F_W = I\,l\,B$ Kraft durch Wirbelströme

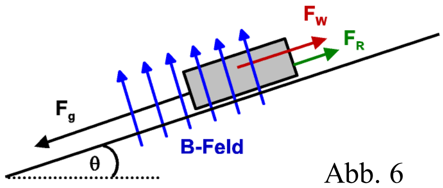

Abb. 6

Die Kraft F_W entspricht der Lorentzkraft in Gl. 9. Als effektiv durchflossene Leiterlänge setzen wir $l = h$, mit h, der breite der Metallplatte, da nur dieser Teil der Leiterlänge zur Bremskraft beiträgt. Allerdings kennen wir den Strom nicht. Deshalb drücken wir den Strom durch die induzierte Spannung (Gl. 6) und den Widerstand R des durchflossenen Leiters aus

(13) $$F_W = \frac{U_{ind}}{R} h\,B = \frac{B^2h^2}{R} v$$

Die Platte besitzt nur eine „Windung“ (N=1). Entscheidend für das weitere Vorgehen ist die Annahme eines betragsmäßigen Kräftegleichgewichtes, das zu einer konstanten Geschwindigkeit v der Platte führt: $-F_g = F_W + F_R$. Ist die Annahme richtig, so muss die Geschwindigkeit der Platte wie folgt vom Neigungswinkel der Ebene abhängen:

(14) $$v = \frac{R\,mg}{B^2h^2}\left(\sin\theta - f\cos\theta\right)$$

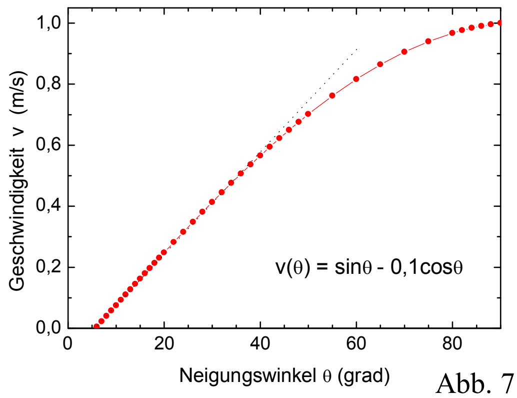

Abb. 7

Für Winkel bis ca. 40° steigt v linear an (Abb. 7). Die Bremskraft F_W und die Geschwindigkeit lassen sich also durch die Wahl des Materials (Masse m, Widerstand R, effektive Breite h der stromdurchflossenen Platte) grob vorgeben. Eine Feineinstellung erfolgt dann durch die Variation des Magnetfeldes B.

Die Ausnutzung sowie die Vermeidung von Wirbelströmen sind von technologischer Bedeutung. Wirbelströme führen in Transformatoren zu Verlusten in Form von Wärme. Um sie klein zu halten, muss der elektrische Widerstand vergrößert werden, z.B. durch Schichtung von Metallplatten und isolierenden Folien (Transformatorblech). Zunutze macht man sie sich dagegen in Wirbelstrombremsen von Schienenfahrzeugen. Ein Elektromagnet erzeugt über den Schienen ein inhomogenes B-Feld, das zu bremsenden Wirbelströmen in den Schienen führt. Das Wirbelstrom-Tachometer basiert auf der Rückkopplung der von Wirbelströmen erzeugten Magnetfelder mit rotierenden Permanentmagneten. Die zerstörungsfreie Prüfung von Materialien auf Mikro-Risse basiert auf der Detektion von Magnetfeldern, welche von Wirbelströmen im zu prüfenden Material erzeugt werden.

Fragen zur Zulassung

- Was ist der magnetische Fluss?
- Wie hängt die induzierte Spannung vom magnetischen Fluss ab?
- Was besagt die lenzsche Regel?
- Wie funktioniert die Wirbelstrombremse?

3. Durchführung

3.1 Untersuchen Sie durch einfache Experimente qualitativ die Faradaysche Induktion:

Schließen Sie ein Voltmeter an einer Spule an und lassen Sie einen Permanentmagneten durch die Spule fallen. (Die Magnete sind zerbrechlich! Legen Sie daher einige Blätter Papier oder andere Polster unter die Spule.) Wiederholen Sie den Versuch mit unterschiedlichen Wicklungszahlen. Wie hängt die induzierte Spannung U_{ind} qualitativ von der Windungszahl N der Spule und der Querschnittsfläche der Spule ab?

3.2 Untersuchen Sie nun quantitativ die Abhängigkeit der induzierten Spannung U_{ind} von der zeitlichen Änderung des Flusses durch die Spule. Dazu wird der „Spulenschlitten" über das Magnetfeld geschoben und $U_{ind}(t)$ mit dem PC aufgezeichnet (Abb. 2, 3).

Bestimmen Sie zuvor die vom magnetischen Feld durchsetzte Spulenfläche (incl. Fehler). Notieren Sie die Windungszahl N und messen Sie den Widerstand R der Spule.

Verschieben Sie die Spule per Hand mit möglichst konstanter Geschwindigkeit v. Versuchen Sie, ungefähr folgende Geschwindigkeiten zu realisieren:

v_2 = 10 cm/s, v_3 = 20 cm/s, v_4 = 30 cm/s, v_5 = 40 cm/s.

Die wirkliche Geschwindigkeit ermitteln Sie mit Maßband und Stoppuhr (incl. Fehler). Machen Sie einige Testläufe, bis die Geschwindigkeit ungefähr passt, und speichern (exportieren!) Sie pro Geschwindigkeit eine Messung $U_{ind}(t)$ für die weitere Auswertung ab. Notieren Sie außerdem die Plateauwerte $U_{ind\text{-}max}$, $U_{ind\text{-}min}$ der induzierten Spannungen sowie Δt (Abb. 3) Legen Sie folgende Messtabelle an:

Weg (m)	Zeit (t)	v (m/s)	$U_{i\text{-}max}$ (V)	Δt (s)	$U_{i\text{-}min}$ (V)	Δt (s)

3.3 Nun geht es um Wirbelströme.

Tauschen Sie die Spule gegen die dünne Aluminiumplatte (Fläche, Dicke und Gesamtmasse notieren) aus und vermessen Sie die Länge des mit Magneten besetzten Bereiches.

Die Platte soll mit verschiedenen Geschwindigkeiten über das Magnetfeld laufen. Stellen Sie dazu verschiedene Neigungswinkel der Schienenplatte zwischen ca. 10° und 30° ein, indem Sie die Schienenplatte an einer Seite zwischen ca. 150 mm und ca. 340 mm anheben (Abb. 6). Lassen Sie die Aluminiumplatte dann von oben an laufen und messen Sie die Zeit vom Eintritt der Platte (Vorderkante) bis zum Austritt der Platte (Hinterkante) aus dem Magnetfeldbereich. Machen Sie pro Neigungswinkel je 5 Messungen. Legen Sie folgende Tabelle an:

Höhe vorn (mm)	Höhe hinten (mm)	Θ (Grad)	Zeit (s)	v (m/s)

4. Auswertung

4.1 Beschreiben Sie qualitativ die Ergebnisse aus 3.1. Weshalb wird eine Spannung induziert? Wie beeinflussen die folgenden Größen die induzierte Spannung: Windungszahl N der Spule, Spulenfläche, Magnetfeldstärke B, Orientierung des B-Feldes zur Leiterschleife?

4.2 Zeigen Sie exemplarisch an einer in 3.2 aufgenommenen Kurve $U_{ind}(t)$, wie der Prozess der Induktion abläuft. Skizieren Sie dazu im Diagramm jeweils die Bewegungsrichtung und die Position der Spule zum Magnetfeld für $U_{ind}(t) = 0$, $U_{ind-\max}$, $U_{ind-\min}$. Fügen Sie dem selben Diagramm eine weitere vertikale Achse hinzu und Tragen Sie den magnetischen Fluß $\Phi(t)$ ein.

4.3 Stellen Sie die Kurven $U_{ind}(t)$ aus 3.2 für die verschiedenen Geschwindigkeiten dar. Bestimmen Sie jeweils die von der Kurve eingeschlossene Fläche, d.h. das Integral (siehe Gl. 6b) und daraus die wirkende Magnetfeldstärke. So können Sie B ermitteln, auch wenn v unbekannt ist! Das Integral können Sie näherungsweise durch ein Rechteck ermitteln (Abb. 3).

4.4 Tragen Sie den Betrag der maximalen Induktionsspannung (Mittelwert aus $U_{ind-max}$, $U_{ind-min}$) über der Geschwindigkeit auf und ermitteln Sie mit Gl. 6a aus der Steigung das effektiv wirkende B-Feld. Machen Sie die Fehlerrechnung. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus 4.3.

4.5 Erklären Sie die prinzipielle Funktion der Wirbelstrombremse und die Rolle der lenzschen Regel.

4.6 Tragen sie die Geschwindigkeit der Aluminiumplatte im Bereich des B-Feldes über dem Neigungswinkel auf. Erhalten Sie die erwartete lineare Funktion (Abb. 7)? Welche Größen müsste man verändern, um bei festem Neigungswinkel die Geschwindigkeit stärker zu reduzieren?