Physikalisches Praktikum I

Bachelor Physikalische Technik: Lasertechnik, Biomedizintechnik
Prof. Dr. H.-Ch. Mertins, M.Sc. M. Gilbert

M06 Federschwingung

(Pr_PhI_M06_Federschwingung_6, 04.04.2023)

Name	**Matr. Nr.**	**Gruppe**	**Team**
1.			
2.			
3.			

Protokoll ist ok	**O**	**Datum**	**Abtestat**
Folgende Korrekturen nötig	**O**		

Teilnahme erfordert erfolgreiches Beantworten der Zulassungsfragen am Versuchstag (siehe Anleitung).

1. Ziel

Schwingungen spielen in der gesamten Physik und Technik eine bedeutende Rolle. Als auslösende Ursache von Wellen stehen Schwingungen am Anfang vieler Verfahren zur Informationsübertragung (Lautsprechermembran – Schallwelle, schwingende Ladung in der Antenne – Radiowelle). Bei genauer Betrachtung gibt es nichts, was nicht schwingt.

2 Theorie

Die "einfachste" Schwingung stellt die "harmonische" Schwingung dar, die sich immer dann ausbilden kann, wenn das schwingungsfähige System bei Auslenkung seiner Ruhelage eine rücktreibende Kraft erfährt, die seiner Auslenkung proportional ist. Generell setzt sich ein mechanisch schwingendes System aus zwei Komponenten zusammen: der trägen (Masse m) und der rücktreibenden (Feder) Komponente. Die Frequenz, mit der das sich selbst überlassene System schwingt, ist charakteristisch für das System und heißt daher "Eigenfrequenz". Nichtharmonische und sogar nichtperiodische Vorgänge lassen sich aus harmonischen Schwingungen zusammengesetzt denken ("Fourieranalyse", siehe Praktikum Physik II). Eine Voraussetzung für das Verständnis komplexerer gedämpfter oder angeregter Schwingungen bis hin zur Resonanzkatastrophe ist die Beherrschung der harmonischen Schwingung, die in diesem Versuch anhand einer einfachen Schraubenfeder erarbeitet werden soll. Im späteren Praktikum „Erzwungene Schwingungen & Resonanz“ bearbeiten wir die komplexeren Fälle.

2.1 Statische Belastung der Feder

Greift an einer Schraubenfeder eine Kraft F an, so tritt bei der Feder eine Längenänderung x auf. Die Änderung ist der einwirkenden Kraft proportional (Hooksches Gesetz). In der Feder entsteht dabei eine Federkraft vom gleichen Betrag, allerdings ist sie der von außen wirkende Kraft entgegengerichtet. Für diese "rücktreibende" Federkraft gilt daher

(1) $$F = -k \cdot x$$

Der Proportionalitätsfaktor k heißt Richtgröße oder Federkonstante, welche von den Abmessungen und Materialeigenschaften der Feder abhängt. Wird die feder vertikal aufgehängt und mit der Masse m beschwert, so führt die Gravitationsbeschleunigung g zur Gravitationskraft

(2) $$F_g = mg$$

zur Auslenkung x, woraus mit Gl. 1 über $F = -F_g$ die Federkonstante k berechnet werden kann.

2.2 Dynamische Belastung der Feder

Ein Körper der Masse m hänge an eine Schraubenfeder. Lenkt man ihn aus seiner Ruhelage x_0 aus, so erfährt er, sobald er losgelassen wird, aufgrund der rücktreibenden Kraft (Gl. 1) eine Beschleunigung

(3) $$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Diese wirkt in Richtung seiner Gleichgewichtslage. Bei Vernachlässigung der Dämpfung gilt

(4) $$F = -k \cdot x = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Daraus ergibt sich die bewegungsgleichung (Dfferenzialgleichung) der Schwingung

(5) $$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist eine Funktion x(t), welche die Zeitabhängigkeit der Bewegung des schwingenden Systems beschreibt.

(6) $$x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

Sie ergibt den momentanen Ort x(t) eines Körpers zu einer Zeit *t*,. Die maximale Auslenkung aus der Ruhelage x = 0 nennt man die Amplitude x_0. Das Argument $(\omega t + \varphi)$ des Sinus heißt Phase. Aus der Phasenverschiebung φ ergibt sich die Startposition x(t = 0) zur Zeit t = 0. Die Frequenz *f* und die Kreisfrequenz ω der Schwingung berechnen sich aus den für die Anordnung charakteristischen Größen.

(7) $$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \left[\omega = \frac{rad}{s}\right] \qquad [f] = \frac{1}{s} = Hz$$

Die Schwingung ist ein periodischer Vorgang und wiederholt sich daher nach einem Durchlauf der Periodendauer T, d.h. x(t) = x(t + T). Sie ist dann wieder in der gleichen Phase (gleicher Ort und gleiche Bewegungsrichtung), Es gilt

(8) $$\omega \cdot T = 2 \cdot \pi$$

Daraus ergibt sich die Periodendauer:

(9) $$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

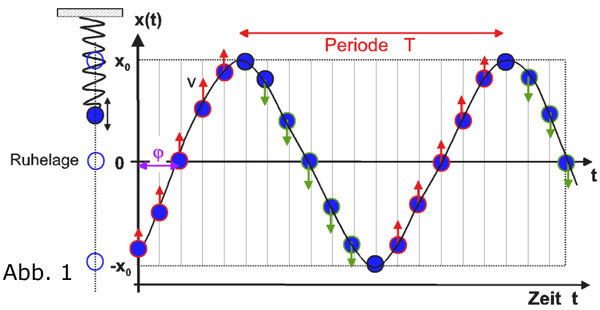

Abb. 1

Die träge Masse m und die rücktreibende Kraft (Federkonstante k) des schwingungsfähigen Systems bestimmen also die Periodendauer *T* bzw. die Eigenfrequenz ω.

Fragen: Zulassung

- Wie lautet das Hooksche Gesetz ?
- Was ist eine Schwingung und wie ist ein schwingendes System grundsätzlich aufgebaut?
- Mit welcher Funktion kann ich *x(t)* einer harmonischen Schwingung beschreiben?
- Was sind Kreisfrequenz , Frequenz, Periodendauer, Amplitude einer Schwingung?
- Wie kann ich ein Masse-Feder-System ändern, um seine Fequenz f zu modifizieren?
- Wie lautet die Bewegungsgleichung der ungedämpften Schwingung?
- Wie kann man die Federkonstante einer Feder bestimmen?

3. Versuchsdurchführung:

Statische Messung

Am Gestell mit Feder und Waagschale ist eine Spiegelskala angebracht. Mit deren Hilfe kann die vertikale Position der Waagschale ohne Paralaxefehler abgelesen werden indem man beispielweise die obere Kante der Waagschale anvisiert und mit deren Spiegelbild auf der Skala zur Deckung bringt.

3.1 Es werden acht unterschiedliche Massen auf die Waagschale gelegt und die Auslenkung aus der unbelasteten Position in Abhängigkeit von der Masse m gemessen (jeweils nur eine Messung). Hierbei darf die Feder mit max. 50 g belastet werden, ansonsten wird sie irreparabel zerstört und folgt nicht mehr dem Hookschen Gesetz.

Notieren Sie die geschätzte Messgenauigkeit von x und von m.

Dynamische Messung

3.2 Die Feder wird mit 8 verschiedenen Massen (beginnend mit der größten erlaubten Masse von 50g und nicht geringer als 10 g) ausgelenkt und in Schwingungen versetzt. Mit einer Stoppuhr wird die Zeit T_{10} für 10 Schwingungen (Start und Stop beim jeweiligen Nulldurchgang!) gemessen und daraus die Periodendauer T bestimmt. Führen Sie pro Masse 10 Messungen durch.

Der Fehler der Periodendauer T ergibt sich aus der Messgenauigkeit der Stoppuhr + Standardabweichung.

Federparameter

3.3 Machen Sie sich mit dem Umgang von Messschieber und Messschraube vertraut. Beachte: Eine Umdrehung der Mikrometerschraube entspricht einer Längenänderung von 0,5 mm.
Messen Sie die folgenden Größen der Feder: d = Drahtdurchmesser, N = Windungszahl und d_w = mittlerer Windungsdurchmesser.

4.Versuchsauswertung:

Statische Messung

4.1 Aus dem Kräftegleichgewicht der Beträge $|mg| = |-k \cdot x|$ ergibt sich die Geradengleichung: $|x(m)|$ = g/k · m. Wie lautet die Ableitung (Steigung) der Funktion?
Der Betrag der Auslenkung x wird als Funktion der Masse m graphisch aufgetragen, durch die Messpunkte wird eine Ausgleichserade gelegt.

4.2 Tragen Sie die Fehlerbalken an den einzelnen Messpunkten in das Diagramm ein und schätzen Sie grafisch den Steigungsfehler der Ausgleichsgeraden ab. (zwei zusätzliche Geraden maximaler und minimaler Steigung.

4.3 Bestimmen Sie aus der Steigung der Geraden die Federkonstante k (g = 9.81 m/s^2). Bestimmen Sie aus den zwei zusätzlichen Geraden den Fehler für k. Geben Sie das Ergebnis in der üblichen Form $k = \bar{k} \pm \Delta k$ an.

Dynamische Messung

Zur Auswertung von Messungen ist man bestrebt, eine lineare Abhängigkeit der Messgröße vom veränderlichen Parameter der Form $y = ax + b$ zu erhalten, so dass aus der Steigung der Regressionsgraden die gesuchten Größen ermittelt werden können. In unserem Fall erreichen wir dies durch Substitution aus der Gleichung:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_{ges}}{k}} \qquad \text{mit} \quad m_{ges} = m + m_{Schale} + m_{Feder} \qquad \text{wenn } y = T^2 \text{ und } x = m$$

4.4 Quadrieren Sie die Gleichung und substituieren Sie T^2 und m. Zeigen Sie, dass die Funktion y(x) dann eine Geradengleichung dar Form $y = ax + b$ ist.

4.5 Ermitteln Sie die Mittelwerte $\overline{T}$ der Mehrfachmessungen und deren Standardabweichungen.

4.6 Das Quadrat der Schwingungsdauer *T* (Gl. 9) wird als Funktion der Masse *m* grafisch aufgetragen.

4.7 Tragen Sie die Fehlerbalken für m und T^2 ein. Berücksichtigen Sie die Fehlerfortpflanzung für $f(T) = T^2$ mit $\Delta f = (\partial f / \partial T)\Delta T = 2T\Delta T$.

4.8 Bestimmen Sie aus der Steigung der Ausgleichsgeraden die Federkonstante k. Bestimmen Sie den Steigungsfehler mittels minimaler und maximaler Steigung und daraus den Fehler für k.

4.9 Vergleichen Sie die Ergebnisse für k aus statischer und dynamischer Methode und diskutieren Sie die Abweichungen.

4.10 Es ist nachzuweisen, daß Gleichung (6) die Differentialgleichung (5) erfüllt.

4.11 Der Torsionsmodul *G* des Federstahls kann aus der Federkonstanten k mittels

$G = \dfrac{8kNd_W^3}{d^4}$ berechnet werden. (Fehlerrechnung nicht nötig)

d = Drahtdurchmesser, *N* = Windungszahl, d_w = mittlerer Windungsdurchmesser