



Physikalisches Praktikum II

Bachelor Physikalische Technik: Lasertechnik

Prof. Dr. H.-Ch. Mertins, MSc. M. Gilbert

AK01 Schallübertragung & Fourierzerlegung (Pr_PhII_AK01_Schall_7, 29.9.2015)

Name	Matr. Nr.	Gruppe	Team
1.			
2.			
Protokoll ist ok	O	Datum	Abtestat
Folgende Korrekturen nötig	O		

Hinweis

Lesen Sie die Versuchsanleitung (inkl. Versuchsdurchführung & Auswertung!) gründlich durch und machen sich mit den Begrifflichkeiten vertraut. Die Teilnahme am Praktikum erfordert das erfolgreiche Beantworten der Zulassungsfragen am Versuchstag (siehe Anleitung) oder alternativ eine kurze Vorstellung eines Themengebietes an der Tafel.

1 Ziel

Die Fouriertheorie ist ein mathematisches Hilfsmittel zur Beschreibung periodischer Vorgänge. Neben dem Gebiet der Wärmeausbreitung oder der modernen Signalübertragung spielt sie auch im Bereich der Optik und Lasertechnik eine große Rolle: Die Ausbreitung von Licht kann per Fourier-Analyse untersucht werden. Beispielsweise kann eine beliebige Feldverteilung mit Hilfe einer einfachen Sammellinse Fourier-transformiert werden. Dieses Gebiet wird zusammengefasst unter dem Begriff „Fourier-Optik“.

In diesem Versuch sollen die grundlegenden Phänomene und Begrifflichkeiten der Fourier-Analyse anhand der Signalübertragung und Akustik erarbeitet werden.

2 Theorie

2.1 Schall - Grundlagen

Schallwellen breiten sich als mechanische Wellen in festen, flüssigen und gasförmigen Medien aus. Für das menschliche Ohr wahrnehmbar ist der Frequenzbereich $16\text{Hz} < f < 20\text{kHz}$. Frequenzen unter 16Hz nennt man Infraschall, oberhalb von 20kHz handelt es sich um Ultraschall. Genutzt wird Schall u.a. zur Schiffsortung (Echolot), in der Seismologie oder als Ultraschall für bildgebende Verfahren in der Medizintechnik. In Gasen wie z.B. Luft, breiten sich Schallwellen als longitudinale Druckwellen aus. Die Luftmoleküle schwingen periodisch in bzw. gegen die Ausbreitungsrichtung der Welle. Schwingen sie aufeinander zu, so steigt der Luftdruck in diesem Bereich um Δp gegenüber dem normalen Luftdruck p_0 . Schwingen sie in entgegengesetzte Richtung, sinkt der Luftdruck um Δp . Es bildet sich eine periodische Abfolge von Unterdruckbereichen ($p_0 - \Delta p$) und Überdruckbereichen ($p_0 + \Delta p$), die sich durch die typische Wellenfunktion beschreiben lässt

$$(1) \Delta p(x, t) = \Delta p_0 \sin(kx - \omega t + \varphi) \quad (\text{Schallwelle}).$$

Die Wellenlänge $\lambda = 2\pi/k$ ist der Abstand zweier benachbarter Bereiche mit gleichem Druck. Die Amplitude Δp_0 ist der Betrag maximaler Druckänderung. Die Frequenz der Schallwelle $f = \omega/2\pi$ kann mit einem Mikrophon bestimmt werden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ist durch $c = f\lambda$ gegeben, wobei jedes Gas, bzw. Flüssigkeit oder Festkörper eine eigene Schallgeschwindigkeit besitzt.

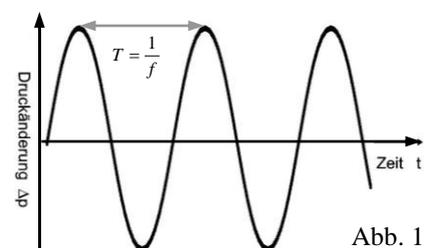


Abb. 1

2.2 Ton-Klang-Geräusch

In der Fouriertheorie ist der **Ton**, eine Sinusschwingung mit Amplitude C und der Frequenz ω (Abb. 2)

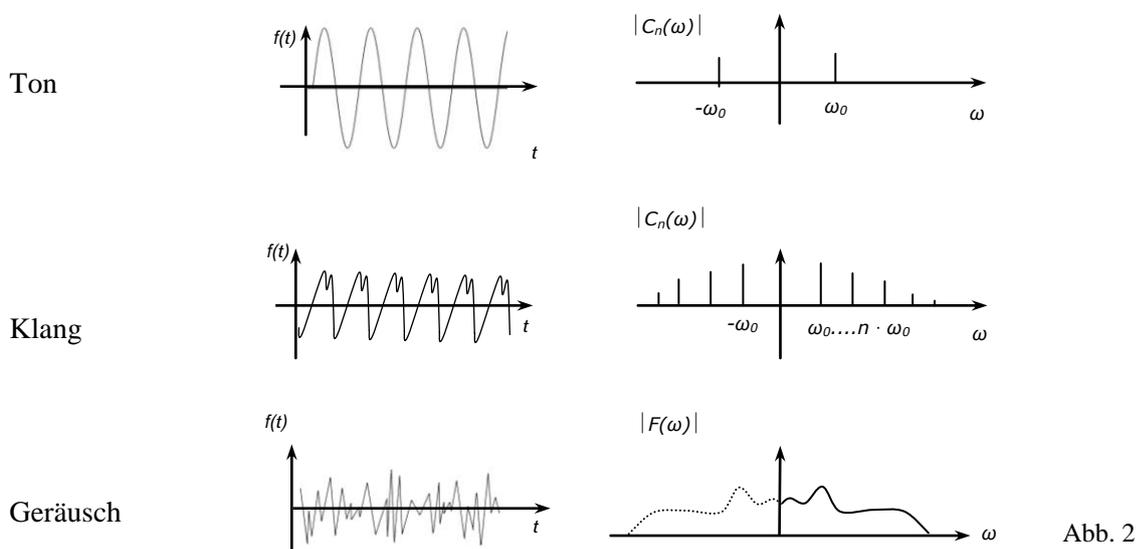
$$(2) f(t) = C \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (\text{Ton})$$

Der **Klang** ist die Überlagerung einer Grundschwingung mit der Frequenz ω_0 und den Obertönen mit Frequenzen $\omega_n = n\omega_0$, die ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz sind (Abb. 2). Jede Oberschwingung hat ihre eigene Amplitude A_n , so dass der Klang dargestellt werden kann durch

$$(3) \quad \sum C_n \sin(\omega_n t + \varphi_n) \quad (\text{Klang})$$

Der Ton entspricht im Spektrum (= Darstellung des Betrages $|c_n(\omega)|$ der Koeffizienten der Fourierreihe) zwei einzelnen Spektrallinien bei der Kreisfrequenz ω_0 und $-\omega_0$. Im Spektrum eines Klanges liegen diskrete Linien bei den Kreisfrequenzen $n \cdot \omega_0$. Ein Klang ist ein streng periodischer Vorgang beliebiger Form. Er wird daher durch eine Fourierreihe dargestellt.

Ein **Geräusch** ist ein beliebiges nicht periodisches Signal (Abb. 2). Das Spektrum des Geräusches wird im Gegensatz zum Klang durch das Fourierintegral dargestellt.



2.3 Schallpegel

Die Lautstärke ist ein uneinheitlicher, subjektiver Begriff. Daher benutzt man den Begriff Schallintensität $I = P/A$ einer Schallwelle. Sie ist definiert als die Leistung P , die pro Fläche A (z.B. Mikrofon, Trommelfell im Ohr) übertragene wird. Die Schallintensität ist proportional zum Quadrat der Druck-amplitude, d.h. $I \sim (\Delta p_0)^2$. Das menschliche Ohr ist in der Lage, Druckdifferenzen über einen sehr großen Dynamikbereich von $\Delta p_{\max} / \Delta p_{\min} = 10^{12}$ wahrzunehmen. Deshalb wurde eine dem Menschen angepasste Größe zur Messung der Schallintensität definiert. Sie heißt Schallpegel und wird in Dezibel gemessen.

$$(4) \quad \beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad [\beta] = dB = \text{Dezibel} \quad (\text{Schallpegel}).$$

Hierbei ist I_0 die geringste Schallintensität, die von dem menschlichen Ohr noch wahrgenommen werden kann. Zum Beispiel ist die Schallintensität von „Blätterrausche“ etwa $I = 100 \cdot I_0$, was einem Schallpegel von $20 dB$ entspricht. Die menschliche Schmerzgrenze liegt bei $120 dB$. Steigt die Schallintensität um einen Faktor 10, so steigt der Schallpegel um $10 dB$.

2.4 Lautstärkepegel / Phon

Die subjektive Empfindung der Lautstärke ist frequenzabhängig, d.h. zwei Töne gleicher Intensität bzw. Schallpegel aber mit unterschiedlicher Frequenz empfinden wir als unterschiedlich laut. Töne mit geringen Frequenzen $f < 500$ Hz und Töne mit hohen Frequenzen $f > 5000$ Hz erscheinen uns leiser als Töne des mittleren Frequenzbereichs von 500 Hz bis 5000 Hz. Um diesem subjektiven Empfinden gerecht zu werden, wird der Lautstärkepegel (Einheit: Phon) definiert. Er skaliert ebenso wie der Schallpegel logarithmisch. Bei 1000 Hz ist der Lautstärkepegel in Phon gleich dem Schallpegel in Dezi-Bell, bei anderen Frequenzen wird er dem subjektiven Empfinden entsprechend angepasst.

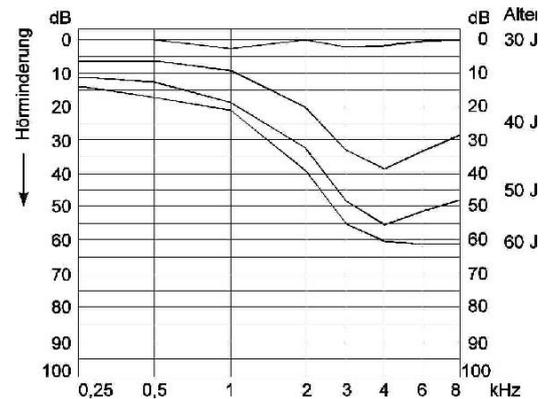


Abb. 3 Mittlere Hörschwelle bei verschiedenen Altersstufen

2.5 Schallwandler

Sie wandeln die Druckschwankungen in elektrische Spannungen und umgekehrt. Bei dem im Versuch verwendeten Mikrofon geschieht dies durch einen in der Kapsel verborgenen Kondensator, der auf jede Druckänderung mit einer Kapazitätsänderung reagiert. Gemessen wird der Spannungsabfall U am Kondensator. Im Idealfall gilt für Mikrofone $\Delta p(t) \sim U(t)$. Beim Lautsprecher erzeugt eine Stromänderung in einer Spule eine Bewegung des von ihr umschlossenen Magnetkerns, der mit einer Membran verbunden ist. Die Bewegung, bzw. Vibration der Membran bewirkt eine lokale Druckänderung in der vor ihr liegenden Luftschicht, die sich als Druckwelle mit Schallgeschwindigkeit im Raum fortpflanzt.

2.6 Fourierdarstellung periodischer Funktionen

Sei $f(t)$ eine periodische Funktion mit $T=2\pi/\omega_0$ dann liefert die Fourieranalyse in komplexer Form die Reihe:

$$(5) \quad f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t}$$

Mit c_n , den sog. komplexen Fourierkoeffizienten. n ist ganzzahlig. Ist die Funktion $f(t)$ bekannt, können die komplexen Koeffizienten c_n berechnet werden:

$$(6) \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-in\omega_0 t} dt$$

Für die, in der Messtechnik relevanten reellen Funktionen $f(t)$, lassen sich die Koeffizienten in Betrag und Phase φ darstellen.

$$(7) \quad c_n = |c_n| \cdot e^{i\varphi_n} \quad \text{mit} \quad |c_n| = |-c_n|$$

$|c_n| + |-c_n| = 2|c_n|$ entspricht der Amplitude der Teilschwingung mit der Frequenz $n \cdot \omega_0$. Das Betrags-Spektrum einer Periodischen Funktion wird grafisch als $|c_n(\omega)|$ dargestellt (Abb 2). In der Praxis ist jede Frequenzmessung zeitlich begrenzt und die zu messenden Signale eher statistisch als periodischer Natur, so dass von der Fourierreihe zum Fourierintegral übergegangen werden muss. Demnach werden im Spektrum anstatt der Fourierkoeffizienten $|c_n(\omega)|$, die Fouriertransformierte $|F(\omega)|$ dargestellt.

$$(8) \quad |c_n(\omega)| \Rightarrow |F(\omega)|$$

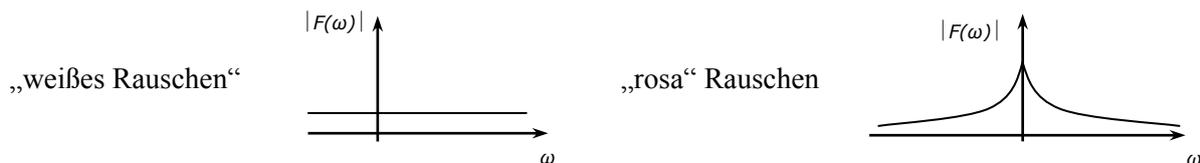
Für Beispielrechnungen sei auf die Mathematikvorlesung (3. Semester) verwiesen. Im vorliegenden Versuch sind zwei Vereinfachungen möglich.

1. Bei einer akustischen Übertragung ist das Signal mittelwertfrei - Das Hörvermögen hängt schließlich nicht vom Wetter ab.

2. Mit einem Schallwandler, wie Ohr oder Mikrofon erfasst man lediglich den Betrag der Fourier-Transformierten $|F(\omega)|$.

Aus der Berechnung der Fourierreihe für „beliebige“ periodische Funktionen, (Rechteck, Sägezahn, usw.) ergeben sich zusätzlich zur Grundfrequenz ω_0 weitere Frequenzen, sog. Obertöne. Praktisch erzeugt ein resonanzfähiges System, das mit einem reinen Sinuston oder Rauschen angeregt wird, ein ebenfalls periodisches, aber beliebig geformtes Ausgangssignal und damit die theoretisch vorhergesagten Obertöne. Ein ausgewogenes Obertonspektrum charakterisiert den Klang eines Musikinstrumentes.

Im physikalischen Sinne ist Rauschen eine Signalform, bei der alle Frequenzen zur gleichen Zeit gleich intensiv oder zumindest gleichmäßig gewichtet vorliegen. Die Funktion $f_R(t)$ ist nur durch ihr Spektrum $|F(\omega)|$ beschrieben. Man unterscheidet zwei Arten:



Dem „weißen“ Rauschen entspricht im Zeitbereich entweder

- ein rein statistisches Signal in dem idealerweise unendlich schnelle, sowie unendlich langsame zeitliche Änderungen der Messgröße erfolgen.
- ein idealerweise unendlich kurzes Signal mit begrenztem Energieinhalt.

Beim „rosa“ Rauschen fällt das Spektrum nach Definition mit 24 dB pro Oktave (=Frequenz-verdopplung) ab. Es entspricht in etwa dem „Umweltrauschen“ oder dem Spektrum eines Schlaginstruments.

2.7 Frequenzgang

Als Frequenzgang (im Sinne des Amplitudenspektrums) einer Übertragung wird die Verstärkung bzw. Abschwächung eines Signals in Abhängigkeit von der Frequenz bezeichnet. Die Pegelmessung kann durch das Übertragen einzelner Frequenzen, oder durch Übertragung von weißem Rauschen erfolgen. Dabei muss die mittlere Amplitude am Eingang einer Übertragungstrecke konstant gehalten werden.

2.8. Stehende Wellen

Sie entstehen (siehe Praktikum SW02 letztes Semester) durch Interferenz zweier gegenläufiger Schallwellen, z.B. indem ein Lautsprecher vor eine Wand gestellt wird und sich auslaufende und von der Wand reflektierte Welle passend überlagern. Dabei bilden sich Orte aus, an denen der effektive Schalldruck ein Maximum (Bauch) oder ein Minimum (Knoten) bildet. Die Bedingung zur Ausbildung stehender Wellen, z.B. im Rohr hängt von den Randbedingungen ab. Wenn beide Rohrenden offen sind, dann muss die Rohrlänge gleich einem ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge sein. Dies ist in Abb. 4 für die Bewe-

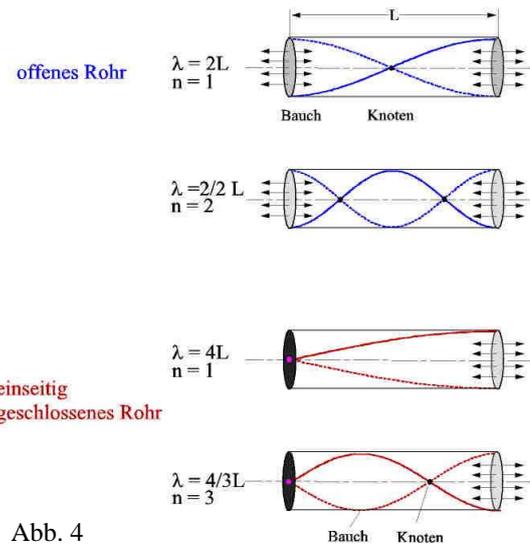


Abb. 4

gung der Luftmoleküle gezeigt. Wenn ein Rohrende geschlossen ist, dann muss die Rohrlänge ein ungerades Vielfaches der Viertelwellenlänge sein. In jedem Fall ist aber der Abstand von Bauch zu Bauch bzw. von Knoten zu Knoten genau die halbe Wellenlänge. Damit kann man aus der bekannten Frequenz mit $c = f\lambda$ die Schallgeschwindigkeit ermitteln. In Musikinstrumenten und anderen Resonanzräumen kommt es sogar zur deutlichen Überhöhung des Schalldrucks bei einzelnen Frequenzen. In diesem Praktikum wird dies im langen Glasrohr untersucht.

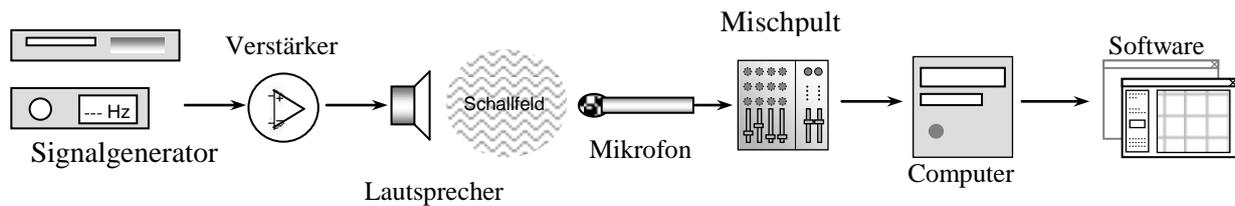
Fragen zur Zulassung

- Was ist Schall?
- Was versteht man unter den Begriffen Ton, Klang, Geräusch?
- Was ist Schallintensität, Schallpegel, Lautstärkepegel?
- Skizzieren Sie eine stehende Welle zwischen einem Lautsprecher und einer reflektierenden Wand.
- Wie kann man aus der Untersuchung der stehenden Welle die Schallgeschwindigkeit ermitteln?

3. Durchführung

Der Versuch wird mit Hilfe der Software „Spectrum Lab“ (Download unter: www.qsl.net/dl4yhf, keine Gewähr!) durchgeführt. Sie wird zusammen mit Rechner und Audioschnittstelle als Messgerät („Spectrumanalyser“) verwendet. Als Signalgenerator dient ein Frequenzgenerator und ein MP3-Player mit für diesen Versuch zusammengestellten Test-Audio-Dateien.

- 3.0 Bauen Sie anhand der Skizze mit Hilfe der dargestellten Komponenten eine elektroakustische Übertragungsstrecke auf. Neben dem Signalgenerator steht Ihnen ein MP3-Player samt der für den Versuch benötigten Signale zur Verfügung.



Speichern Sie die Messergebnisse als Screenshot auf einem USB-Stick (selber mitbringen!).

Frequenzgang

- 3.1 Messen Sie den mittleren Rauschpegel ohne Signal. Führen Sie 4 Messungen durch: Jeweils eine Messung mit an- und ausgeschaltetem Mischpult sowie an- und ausgeschaltetem Mikrofon.
- 3.2 Messen Sie mit Signalgenerator als Quelle den Frequenzgang der Übertragung (ohne Glasröhre). Der Abstand zwischen Lautsprecher und Mikrofon sollte etwa 50 cm betragen. Überprüfen Sie gleichzeitig mit einem RMS-Spannungsmessgerät die Stabilität des Generatorausgangs. Hinweis: Stellen Sie die Lautstärke am Verstärker zunächst bei 2kHz ein, da das menschliche Ohr dort am empfindlichsten ist.
- Verwenden Sie für die Messungen
- einzelne Frequenzen vom Frequenzgenerator (ca. 20 Messpunkte der Frequenzamplitude logarithmisch skaliert von 20Hz bis 22kHz, also etwa 20, 100, 200, 500, 800, 1000, ...) und notieren Sie die Messwerte (= die am PC angezeigten Amplituden).
 - weißes Rauschen (MP3 Nr.5) - Screenshot des Rauschspektrums speichern.
- 3.3 Überprüfen Sie mit Hilfe des Rauschsignals (MP3 Nr.5) im selben Aufbau die am Mischpult aufgedruckte dB-Angabe des Klangreglers für die Mittenfrequenzen, indem Sie den maximalen und minimalen Reglerwert einstellen. Notieren Sie Ist- und Sollwert.
- 3.4 Untersuchen Sie die Signale Nr. 2 – 4: Verbinden Sie dazu den Ausgang des MP3-Players direkt mit einem freien Eingang am Mischpult (ohne Glasröhre und Mikrofon). Notieren Sie alle Beträge der deutlich hervortretenden Maxima und deren Frequenz.

Stehende Wellen

- 3.5 Stellen Sie das Mikrofon zwischen eine Reflektionsfläche (Holzwand) und den Lautsprecher. Stellen Sie eine Frequenz von 1200Hz ein. Justieren Sie den Reflektor oder Lautsprecher bis sich ein maximaler Schallpegel am Mikrofon ergibt. Bewegen Sie nun das Mikrofon entlang der Strecke zwischen Lautsprecher und Reflektor und messen sie den räumlichen Verlauf des relativen Schallpegels in Schritten von 2cm. Notieren Sie die Messgenauigkeiten. Notieren Sie die Raumtemperatur.
- 3.6 Legen Sie die Glasröhre in das Schallfeld (Aufbau wie unter 3.0) direkt vor den Lautsprecher und messen Sie ihre Länge. Das Mikrofon sollte einen Abstand von ca. 12cm zur Röhre haben. Suchen Sie nun am Frequenzgenerator die tiefste Frequenz, bei der sich eine stehende Welle ausbildet (d.h: maximaler Schallpegel am Mikrofon). Messen Sie nun die Frequenzamplitude im selben Aufbau aber ohne Glasrohr für diese Frequenz. Suchen Sie nun die 4 nächst höheren Frequenzen, für die sich eine stehende Welle ergibt. Nehmen Sie nach jeder Messung das Glasrohr aus dem Aufbau und messen Sie die Frequenzamplitude für die eingestellte Frequenz. Verwenden Sie in einem weiteren Versuch mit Glasröhre weißes Rauschen (MP3 Nr. 5), um den Frequenzgang darzustellen.
- 3.7 Wählen Sie das Klangbeispiel Nr. 1 und beurteilen Sie qualitativ den Höreindruck mit und ohne Glasröhre.

4. Auswertung

- 4.1 Geben Sie die unter 3.1 ermittelten Rauschpegel an und diskutieren Sie Herkunft und Charakteristik.
- 4.2 Tragen Sie den punktweise gemessenen Frequenzgang in einem Diagramm auf (logarithmische Achsen) und vergleichen Sie diesen mit der menschlichen Hörkurve
- 4.3 Diskutieren Sie qualitativ die Messungen 3.3.
- 4.4 Analysieren Sie die Signale Nr. 2-4 aus 3.4. Berechnen Sie hierfür die Fourierkoeffizienten eines Rechteck-, Sägezahn- und Dreiecksignals und tragen Sie die Fourierkoeffizienten jeweils über der Frequenz auf. Vergleichen Sie diese mit den Messungen.
- 4.5 Skizzieren Sie die in 3.5 vermessene stehende Welle und tragen Sie den relativen Schalldruckpegel über der Strecke x auf. Bestimmen Sie die Schallgeschwindigkeit und vergleichen Sie mit Literaturwerten für die entsprechende Temperatur. Machen Sie die Fehlerrechnung. Wie hängen Temperatur des Ausbreitungsmediums und Ausbreitung der stehenden Welle zusammen?
- 4.6 Tabellieren Sie die Frequenzen aus 3.6, welche zu Maxima im Schallpegel führen und berechnen Sie daraus die Schallgeschwindigkeit. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus 4.5.
- 4.7 Tragen Sie die unter 3.6 gemessenen Schallpegel über der Frequenz auf und zwar für Messungen mit und ohne Glasröhre und diskutieren Sie den Effekt der Verstärkung durch Ausbildung stehender Wellen (Resonanz) in der Glasröhre.
- 4.8 An welcher Stelle x bezüglich der Rohres findet die Reflektion statt?