

# Formelsammlung zur Klausur

## Physik I-II

Prof. Dr. Hans-Christoph Mertins

Bachelorstudiengänge  
Technische Orthopädie  
Wirtschaftsingenieurwesen Physikalische Technik

27.1.2012

Fachhochschule  
Münster University of  
Applied Sciences



Erlaubt ist allein diese Formelsammlung, die aber individuell von jedem Studenten ergänzt werden darf durch Text, weitere Formeln oder Umrechnungen.

Verboten ist eine Ergänzung mit Graphiken, Messkurven und Bildern.

[https://www.fh-muenster.de/physiklabor/vorlesung/FB01/vorlesung\\_fb01\\_wiw\\_to.php#a4](https://www.fh-muenster.de/physiklabor/vorlesung/FB01/vorlesung_fb01_wiw_to.php#a4)

## Mechanik

### Bewegung

Verschiebung  $\Delta x = x - x_0 \quad (m)$

Geschwindigkeit  $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad \left( \frac{m}{s} \right)$

Beschleunigung  $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \left( \frac{m}{s^2} \right)$

Für gleichmäßig beschleunigte Bewegungen gilt:

Geschwindigkeit zur Zeit  $t$   $v(t) = v_0 + at$   $v_0$ : Anfangsgeschw. zur Zeit  $t = 0$

Verschiebung nach Zeit  $t$   $x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ ,  $x_0$ : Anfangsort zur Zeit  $t = 0$

Daraus folgt  $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$   
 $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$   
 $x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$

### Bewegung im 3-dim. Raum

Ortsvektor:  $\vec{r}(t) = r_x(t) \vec{e}_x + r_y(t) \vec{e}_y + r_z(t) \vec{e}_z$

Basis:  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$  rechtshändiges Koordinatensystem

Geschwindigkeit:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  komponentenweise berechnen

Beschleunigung:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

### Vektoren:

Skalarprodukt  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$  Projektion von  $\vec{a}$  auf  $\vec{b}$

Beträge  $|\vec{a}| = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}$

Winkel  $\theta = \arccos[(a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z) / ab]$

Kreuzprodukt  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

Es gilt  $c = ab \sin \theta$ ,  $\theta$  kleinerer Winkel,  $\vec{c}$  senkrecht auf  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$

### Kräfte

Kraft  $\vec{F} = m \vec{a}$  (zweites newtonsches Gesetz)

$$\vec{F} = F_x \vec{e}_x + F_y \vec{e}_y + F_z \vec{e}_z,$$

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, F_z = ma_z$$

Im Koordinatensystem mit Basis  $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$

Reibungskraft:  $f_{max} = \mu N$ , N: Normalkraft  
 $\mu_s$ : Haftreibungskoeffizient,  $\mu_k$ : Gleitreibungskoeffizient,

Zentripetalkraft  $F = mv^2/r$  (je nur die Beträge)

Zentripetalbeschleunigung  $a = v^2/r$

Federkraft  $F^{\rightarrow} = -k d^{\rightarrow}$  (Hook'sches Gesetz)

$k$  = Federkonstante

Gravitationskraft  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  zwischen Massen  $m_1, m_2$  im Abstand  $r$

$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$

Gravitation in Erdnähe  $F = mg$

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

### Energie & Arbeit

Kinetische Energie  $E_{kin} = \frac{1}{2} mv^2$

Arbeit  $W = F^{\rightarrow} \cdot d^{\rightarrow}$

Leistung  $P = dW/dt$

$P = F^{\rightarrow} \cdot v^{\rightarrow}$

Potenzielle Energie  $E_{pot}(y) = mg y$  (Gravitation)

Pot. Federenergie  $E_{pot} = \frac{1}{2} kx^2$  (x = Dehnung der Feder)

Energieerhaltung  $E_{mech} = E_{kin} + E_{pot} = \text{konstant}$

Kraft & pot. Energie  $F(x) = -d E_{pot}/dx$  (Minuszeichen beachten)

### Impuls

Impuls  $p^{\rightarrow} = m v^{\rightarrow}$

Gesamtimpuls  $\vec{P} = \sum \vec{p}_j$

Kraft  $F^{\rightarrow} = dp^{\rightarrow}/dt$  (Zweites Newton'sches Axiom)

Impulserhaltung  $P_i^{\rightarrow} = P_f^{\rightarrow} = \text{konstant}$  i: Anfang, f: Endzustand

### Rotation

Winkel  $\theta = s/r$  s: Bogensegment, für kleine Winkel

Geschwindigkeit  $\omega = d\theta/dt$

Beschleunigung  $\alpha = d^2\theta/dt^2$

Vektorielle Darstellung:

Ort  $dr^{\rightarrow} = d\theta^{\rightarrow} \times r^{\rightarrow}$  (für kleine Winkel)

Geschw  $v^{\rightarrow} = \omega^{\rightarrow} \times r^{\rightarrow}$

Beschl.  $a = \alpha r + \omega^2 r$

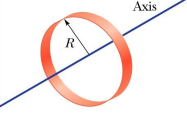
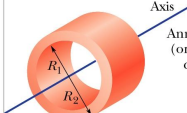
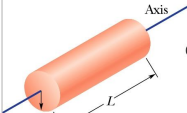
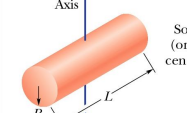
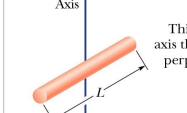
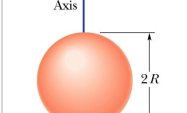
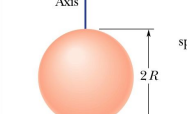
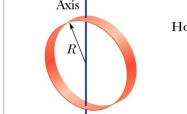
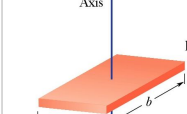
Trägheitsmoment:  $I = \sum m_i r_i^2$

Satz v. Steiner  $I = I_S + Mh^2$

Rotationsenergie  $E_{kin} = 1/2 I \omega^2$

Drehmoment  $T^{\rightarrow} = r^{\rightarrow} \times F^{\rightarrow}$   
 $= rF \sin\theta$

Drehimpuls  $T = I\alpha$   
 $L^{\rightarrow} = (r^{\rightarrow} \times p^{\rightarrow})$   
 $= rp \sin\theta$

(Halliday, Resnick, Walker „Physik“ Viley VCH)

Drehmoment & Impuls  $T^{\rightarrow}_{ges} = dl_{ges}^{\rightarrow} / dt$

Drehimpuls starrer Körper  $L = \omega I$

Drehimpulserhaltung  $L_i^{\rightarrow} = L_f^{\rightarrow} = \text{konstant}$

Arbeit  $W = \int T \cdot d\theta$

Leistung (T konst.)  $P = T^{\rightarrow} \cdot \omega^{\rightarrow}$

### Fluide:

Dichte  $\rho = m/V$

Druck  $p = F/A$  Skalar ohne Richtungsabhängigkeit

Hydrostat. Druck  $p = p_0 + \rho gh$  in Tiefe  $h$ ,  $p_0$ : Luftdruck auf Flüssigkeitsoberfläche

Archimed. Prinzip  $m_{FG}^{\rightarrow} = F_A^{\rightarrow}$  (Auftriebskraft)

$$\frac{m_{\text{Körper}}}{m_{\text{Fluid}}} = \frac{\rho_{\text{Körper}} \cdot V}{\rho_{\text{Fluid}} \cdot V} = \frac{\rho_{\text{Körper}}}{\rho_{\text{Fluid}}} < 1$$

Kontinuitätsgleichung  $A_1 v_1 = A_2 v_2$

Bernoulligleichung  $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = p_0 = \text{konstant}$

## Thermodynamik

Temperatur:  $T_3 = 273,16 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$  (Tripelpunkt von Wasser)

1 Kelvin = 1 / 273,16-te Teil der Differenz Tripelpunkt - Nullpunkt

Längenausdehnung:  $\Delta L = L\alpha \Delta T$

Volumenänderung  $\Delta V = V3\alpha \Delta T$

Wärme  $dQ$  (ausgetauschte Energie)

Spezifische Wärme  $c$ :  $dQ = cm dT$   $c$  für eine Materialsorte

Wärmekapazität  $C = cm$  für einen bestimmten Körper der Masse  $m$

Molare Wärmekapazität  $dQ = nC_{p,v} dT$

$C_V = \frac{1}{2} f R$  bei konstantem Volumen für  $n = 1$  Mol

$C_p = (\frac{1}{2} f + 1)R$  bei konstantem Druck für  $n = 1$  Mol

Ideales Gasgesetz:  $pV = nRT = NkT$   $n$ : Molzahl,  $N$ : Teilchenzahl

Avogadrozahl  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$

Bolzmannkonstante  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Gaskonstante  $R = k N_A = 8,31 \text{ J/(mol K)}$

Innere Energie  $E_{\text{int}} = \frac{f}{2} kT$ ,  $f$  = Freiheitsgrad

Druckarbeit des Gases:  $W = \int_{V_i}^{V_f} p dV$

1. Hauptsatz  $dE_{\text{int}} = dQ - dW$

Adiabate:  $pV^\gamma = \text{konstant}$ ,  $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$ ,  $\gamma = C_p / C_V$

Schmelzwärme  $W_S = m\lambda_S$

Verdampfungswärme  $W_D = m\lambda_D$

Carnot-Prozess:  $\eta = |W| / |Q| = \text{Arbeit} / \text{zugeführte Wärme} = \text{Wirkungsgrad}$

Entropie  $dS = dQ/T$

Zweiter Hauptsatz:  $dS \geq 0$  Die Entropie im abgeschlossenen System nimmt für irreversible Prozesse zu und bleibt für reversible Prozesse konstant.

## Schwingung & Wellen

### Ungedämpfte harmonische Schwingung

$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = 0$  Differenzialgleichung (DGL) mit  $k$ : Federkonstante,  $m$ : Masse

$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$  Lösung der Dgl., Bewegungsform

$x(t)$ : Auslenkung, Ort ändert sich

t:	Zeit	läuft als Variable	$\omega t + \varphi$ :	Phase, $\varphi$ : Phasenkonstante
$x_0$	Amplitude, maximale Auslenkung		$\omega = 2\pi f$	Kreisfrequenz, f: Frequenz
$T = 2\pi/\omega$	Periodendauer, beachte $\varphi$ in rad			

Allgemein gilt für die harmonische Schwingung:

$a(t) = -\omega^2 x(t)$  Beschleunigung  $a(t)$  ist proportional zur Auslenkung  $x(t)$

Eigenfrequenz  $\omega = (k/m)^{1/2}$

Gesamtenergie  $E = \frac{1}{2} k x_0^2$  (Federsystem)

Einfaches Pendel  $\omega = (g/L)^{1/2}$  g: Gravitationskonstante, L: Pendellänge

Torsionspendel  $\omega = (\kappa/I)^{1/2}$  I: Trägheitsmoment,  $\kappa$ : Torsionskonstante

### Gedämpfte Schwingung

Kräfte  $ma = -kx - bv$  mit b: Reibungskonstante

Dgl.  $(d^2x/dt^2) + 2\delta(dx/dt) + (k/m)x = 0$

Lsg:  $x(t) = x_0 \cdot \exp\{-\delta t\} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

$\omega = (k/m - \delta^2)^{1/2}$   $\delta = b/2m$

- 1) Schwingfall:  $4km > b^2 \Rightarrow \omega > 0$
- 2) aperiodischer Grenzfall:  $4km = b^2 \Rightarrow \omega = 0$
- 3) Kriechfall:  $4km < b^2 \Rightarrow \omega$  imaginär

### Erzwungene Schwingung

Dem schwingenden Systeme mit seiner Eigenfrequenz wird durch eine periodisch veränderliche extern Kraft  $F_a$  mit Kreisfrequenz  $\omega_a$  eine cosinusförmige Schwingung aufgezwungen:

Kräfte  $m(d^2x/dt^2) + b(dx/dt) + kx = F_a \cos(\omega_a t)$

Kraft für Beschleunigung    Reibungskraft    Rückstellkraft    äußere Kraft

Dgl.  $(d^2x/dt^2) + 2\delta(dx/dt) + (k/m)x = F_a/m \cos(\omega_a t)$

Nach einer ausreichend langen Einschwingzeit ergibt sich die Lösung:

$x(t) = x_0 \cos(\omega_a t + \varphi)$	Ortes des Teilchens für $t \gg 1/\delta$
$x_0 = F_a/[m^2(\omega_0^2 - \omega_a^2)^2 + b^2\omega_a^2]^{1/2}$	Amplitude
$\omega_0 = (k/m)^{1/2}$	Eigenfrequenz ohne Dämpfung ( $b = 0$ )
$\omega_r = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$	Eigenfrequenz mit Dämpfung
$\varphi = \arctan\{2\delta\omega_a/(\omega_0^2 - \omega_a^2)\}$	Phasenverschiebung zwischen System und äußere Kraft

**Welle** räumlich und zeitlich periodischer Vorgang

Auslenkung  $y(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t)$

Amplitude  $y_0$  max. Auslenkung aus Gleichgewicht

Phase  $kx - \omega t$  Argument der Sinusfunkt.

Wellenlänge  $\lambda$  *räumlicher* Abstand zwischen zwei Wiederholungen der Wellenformen

gilt  $y(x, 0) = y(x + \lambda)$

Wellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$   $[k] = \text{rad/m}$

Periode  $T$  *zeitlicher* Abstand zwischen zwei Wiederholungen der Wellenfront

Kreisfrequ.  $\omega = 2\pi/T$   $[\omega] = 1/\text{s}$

Phasengeschwindigkeit:  $c = dx/dt = \omega/k = \lambda f$

Geschw. eines Wellenpunktes  $u = \partial y/\partial t$

Gemittelte Leistung  $P$  (Energie-Transportrate) der Welle

$P = \frac{1}{2} \mu c \omega^2 y_0^2$   $\mu = M/L$  Massendichte des Seils,  $c$ : Phasengeschwindigkeit

$P \sim y_0^2$   $y_0 = \text{Amplitude}$ ,  $\omega$ : Kreisfrequenz

## Interferenz

zwei identische Wellen  $y_1(x, t) = y_2(x, t)$  laufen in gleiche Richtung, aber mit unterschiedlicher Phasenkonstante  $\varphi$ .

$$y_1(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t), y_2(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

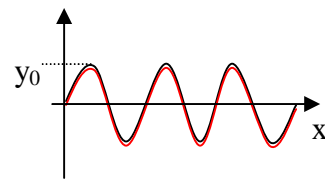
Interferenz:  $y_1(x, t) + y_2(x, t) = y(x, t) = [2 y_0 \cos \frac{1}{2}\varphi] * \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\varphi)$

Auslenkung = Amplitude \* Schwingungsterm

Konstruktive Interferenz

$\varphi = 0$ , beide Wellen in Phase

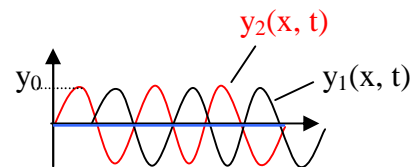
=>  $y(x, t) = 2 y_0 * \sin(kx - \omega t)$ , doppelte Amplitude



Destruktive Interferenz

$\varphi = 180$  beide Wellen außer Phase

=>  $y(x, t) = 0$  da  $\cos 180 = 0$  Amplitude ist immer & überall Null



**Gangunterschied  $\Delta$**  ist die Phasendifferenz  $\varphi$  zwei gleicher Wellen, gemessen in der Wellenlänge  $\lambda$ . Die Welle wiederholt sich exakt bei  $\varphi = n2\pi$  bzw.  $\Delta = n\lambda$ ,  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

## Stehende Welle

Zwei identische, in entgegengesetzte Richtung laufende Wellen (Vorzeichen von  $\omega$ )

$$y_1(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = y_0 \sin(kx + \omega t) \quad \text{überlagern sich zu}$$

$$y_1(x, t) + y_2(x, t) = y(x, t) = \sin(kx) * 2 y_0 \cos \omega t$$

$$\text{Auslenkung} = \text{Amplitude} * \text{Schwingungsterm}$$

Knoten:  $\sin(kx) = 0 \Rightarrow kx = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Bäuche:  $\sin(kx) = 1 \Rightarrow kx = (n + \frac{1}{2})\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

stehende Wellen bilden sich aus, wenn:

Wellenlänge:  $\lambda = 2L/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

Frequenz:  $f = c/\lambda = nc/(2L), \quad n = 1, 2, 3, \dots$

$n = 1$ : Grundschiwingung (1. Harmonische)

$n = 2$ : erste Oberschiwingung (2. Harmonische) usw.

## Schallwellen

Welle  $s(x, t) = s_0 \cos(kx - \omega t)$

Amplitude  $s_0$  max. Auslenkung der Luftmoleküle aus Gleichgewicht

Wellenlänge  $\lambda$  hier  $s_0 \ll \lambda$

Druck-Welle  $\Delta p(x, t) = \Delta p_0 \sin(kx - \omega t)$  (Druckdifferenz zu Normaldruck)  
 $\Delta p_0 = (c\rho\omega)s_0$   $c$ : Schallgeschwindigkeit,  $\rho$ : Dichte

Kompressionsmodul:  $K = \frac{\Delta p}{\Delta V/V}$  Druckänderung pro relativer Volumenänderung

Schallgeschwindigkeit:  $c = \sqrt{K/\rho}$  Massendichte  $\rho$

Lautstärke ist ein uneinheitlicher, subjektiver Begriff

Schallintensität: Energie-Übertragungsrate (Leistung  $P$ ) pro absorbierender Fläche  $A$

$$I = P/A \quad [P] = \text{W/m}^2 \quad I = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 s_0^2$$

$$I = P_Q / (4\pi r^2) \quad \text{Schallintensität einer Punktquelle fällt mit } 1/r^2$$

Schallpegel  $\beta = (10\text{dB}) \log I/I_0$  Dezi-Bell

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad \text{untere Wahrnehmungsgrenze}$$

## Schwebung

Überlagerung von 2 Schwingungen  $s_1(t) = s_0 \sin(\omega_1 t), s_2(t) = s_0 \sin(\omega_2 t)$ , mit  $\omega_2 \neq \omega_1$

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = 2s_0 \cos \omega' t * \cos \omega t$$

Frequenz:  $\omega_{\text{Schwebung}} = 2\omega' = \omega_1 - \omega_2, \quad 2T_{\text{Schweb}} = T'$



## Doppler-Effekt

Prinzip: Sender und Empfänger bewegen sich relativ zueinander

$$f' = f \frac{c \pm v_D}{c \pm v_S} \quad f: \text{Frequenz des Senders}, \quad f': \text{Frequenz bei Relativbewegung}$$

$c$ : Schallgeschwindigkeit in Luft,  $v_D$ : Detektor-Geschwindigkeit relativ zur Luft

$v_S$ : Sender-Geschwindigkeit relativ zur Luft,

Vorzeichen so wählen, dass  $f' > f$  wenn Detektor & Sender aufeinander zu laufen

## Elektrodynamik

### 1.1 Coulombsches Gesetz

Zwei Teilchen stehen im Abstand  $r$  und tragen die Ladungen  $q_1$  und  $q_2$ . Dann wirkt zwischen ihnen die abstoßende / anziehende elektrostatische Kraft

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2) \text{ (Dielektrizitätskonstante)}$$

### Kugelschalentheorem

- 1) Eine homogen über eine Kugelschale verteilte Ladung wirkt auf ein Teilchen außerhalb so, als sei die gesamte Ladung im Zentrum der Kugel lokalisiert.
- 2) Die resultierende elektrostatische Kraft auf ein geladenes Teilchen im Zentrum einer homogen geladenen Kugelschale ist Null (Abschirmung).

**Gleichverteilung:** Ladungen auf eine elektrisch leitende Fläche verteilt sich homogen.

### Elektrisches Feld

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \quad \text{Kraftwirkung auf Probeladung } q_0 \text{ durch Feld } E \text{ übermittelt}$$

Probeladung  $q_0$  ist so klein, dass sie das E-Feld nicht stört, testet E-Feld aus

$$\text{Punktladung } q \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

**Elektron** Ladung  $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  kleinste Ladungseinheit

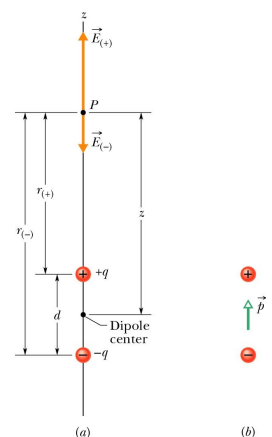
Masse  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

### Elektrischer Dipol

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[ \frac{2d}{z} \right] = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3} \quad \text{E-Feld auf Dipolachse}$$

$\vec{p} = q\vec{d}$  Dipolmoment,  $q$ : Ladung,  $d$ : Ladungsabstand

$\vec{T} = \vec{p} \times \vec{E}$  Drehmoment im externen E-Feld



**Ladungsverteilung** Punktladung lineare Dichte Flächendichte Raumdichte

Zeichen	q	$\lambda$	$\sigma$	$\rho$
Einheit	C	C/m	C/m <sup>2</sup>	C/m <sup>3</sup>

**Elektrisches Potenzial  $\phi(x)$  / Spannung U**

Potenzialdifferenz = Spannung zwischen den Punkten  $x_1$  und  $x_2$  im elektrischen Feld

$$U_{12} = \phi(x_2) - \phi(x_1) = \vec{E} \cdot d\vec{x} \quad \text{wenn E = konstant}$$

$$[U] = \text{Volt} = \text{J/C}$$

Arbeit  $W_{12} = qU_{12}$  Ladungstransport im E-Feld von  $x_1$  nach  $x_2$

Potenzielle Energie  $E_{el} = qU_{1,2}$

Punktladung  $\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$   $r = \text{Abstand zur Punktladung}$

Nullniveau bei  $x = \infty$   $\phi(x = \infty) = 0$

**Kondensator** Ein Kondensator besitzt zwei voneinander isolierte Leiter beliebiger Form

Ladung:  $q+$ ,  $q-$  betragsmäßig gleich, je auf den beiden Platten ,

Spannung: U zwischen den Platten

Kapazität:  $C = q/U$  Einheit Farad [C] = F = C/V

Plattenkondensator  $C = \epsilon_0 A/d$  d: Plattenabstand, A: Plattenfläche

Zylinderkondensator  $C = 2\pi\epsilon_0 L/\ln(b/a)$  a: Außenradius innerer Zylinder,

b: Innenradius äußere Zylinder, L: Zylinderlänge

Ersatzkondensator C für Schaltung von Kondensatoren mit Kapazität  $C_i$ :

a) Parallel  $C = \sum_{i=1}^n C_i$  b) Reihe  $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

Energie  $E_{el} = \frac{1}{2} CU^2$  gespeichert im E-Feld des Kondensators

Energiedichte  $\rho_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

**Dielektrika**

$\epsilon = \frac{C}{C_{vac}}$  Dielektrizitätskonstante des Materials

$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$  D = dielektrische Verschiebung, Polarisation des Dielektrikums

Piezo-Effekt: Spannung in Kristallachsenrichtung anlegen und Kristall staucht / dehnt sich

$$E = \delta \frac{\Delta x}{x}, \text{ oder } U = \delta \Delta x, \quad \delta \sim 10^{10} \text{ V/m} \quad \text{piezoelektrischer Koeffizient}$$

**Strom** Strom I ist der effektiver Ladungstransport dq in einer Zeit dt

Strom  $I = dq/dt$   $[I] = C/s = A$  (Ampere)

Stromdichte  $j = I/A$  Strom durch Querschnittsfläche A

$$j = e \underbrace{n}_{\text{Ladungsträgerdichte}} \cdot \underbrace{v_D}_{\text{Driftgeschw.}}$$

Widerstand  $R = U / I$   $[R] = V/A = \Omega$  (Ohm) (generelle Definition)

Ohmscher Widerstand: R ist unabhängig von Strom & Spannung

Spezifischer Widerstand  $\rho$   $[\rho] = \Omega m$  als Materialeigenschaft

$$R = \rho l/A \quad A: \text{Leiterquerschnitt, } l: \text{Leiterlänge}$$

$$\rho = E/j$$

Temperaturabhängigkeit  $\rho = \rho_0(1 + \alpha T)$

Ladungsträgerdichte  $n(T) = N \exp\left\{\frac{-W}{2kT}\right\}$  als Ursache der Temperaturabh. von  $\rho$

W: Elektronen-Bindungsenergie,  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Leitfähigkeit  $\sigma = 1/\rho$   $\Rightarrow \vec{j} = \sigma \vec{E}$

Leistung  $P = UI$   $[P] = AV = \frac{C}{s} \frac{J}{C} = W$

### Stromkreis-Regeln

Maschenregel Die Summe aller Potenzialänderungen beim Durchlaufen eines geschlossenen Weges in einem Stromkreis (Masche) ist Null. (Folge der Energieerhaltung)

Widerstandsregel: Durchläuft man einen Widerstand in Stromrichtung, so fällt das Potenzial um  $U = -IR$ , läuft man gegen die Stromrichtung, so wächst es um  $U = +IR$ .

Spannungsregel: Läuft man durch eine ideale Spannungsquelle vom neg. zum pos. Pol so wächst das Potential um  $U_{\text{Bat}}$ .

Verzweigungsregel (Kirchhoffsche Satz): im Verzweigungspunkt eines Stromkreises ist die Summe aller eingehenden Ströme gleich der Summe aller ausgehenden Ströme.

Reihenschaltung: (es gibt nur einen Weg für den Strom). Liegt an einer Reihe von Widerstän-

den  $R_i$  die Spannung  $U$ , so fließt durch jeden Widerstand der gleiche Strom.

Die Potenzialdifferenzen der Einzelwiderstände summieren sich zu  $U$ .

$$R = \sum R_i \quad \text{Ersatzwiderstand}$$

Parallelschaltung: über allen Widerständen  $R_i$  besteht die selbe Potenzialdifferenz. Der Gesamtstrom ist die Summe der Einzelströme.

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{Ersatzwiderstand}$$

### Magnetischer Fluss & Lorentzkraft

Definition des magnetischen Flusses  $B$ : Lorentz-Kraft auf Ladung  $q$  der Geschwindigkeit  $v$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Lorentzkraft}$$

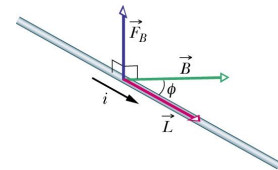
$F$  senkrecht zu  $B$  und zu  $v$  (Rechte-Hand-Regel UVW)

$[B] = \text{Tesla}, \quad 1 \text{ T} = \text{N}/(\text{A m}), \quad 1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gauß}$

### Magnetfeld von Strömen

Magnetische Kraft auf Strom  $I$  im geraden Leiter der Länge  $L$  im homogenen  $B$ -Feld

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$



### Biot-Savartsches Gesetz

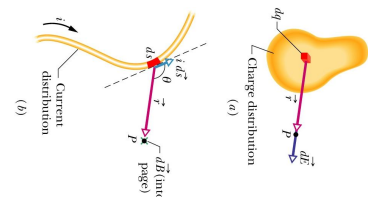
gegeben: Leiterelement  $ds$  mit Strom  $I$  parallel  $d\vec{s}$

gesucht: Magnetfeld  $d\vec{B}$  am Punkt  $P$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A}$  (Permeabilität für Vakuum)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{B-Feld des } \infty \text{ langen geraden Leiters im Abstand } R \text{ mit Strom } I$$



### Magnetfeld einer Spule

Das Feld im Inneren einer Spule, mit der Länge  $L$ , ( $L \gg$  als Spulendurchmesser) ist

$$B = \mu_0 I \frac{N}{L} \quad \text{N: Windungszahl, L: Spulenlänge, I: Strom für Vakuum / Luft}$$

$$B = \mu_0 \mu I \frac{N}{L} \quad \text{für Materie mit Permeabilität } \mu \neq 1$$

## Magnetischer Dipol

$\vec{\mu}$  Dipolmoment

$\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$  Drehmoment des Dipols im B-Feld

$E_{Mag}(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$  Magnetische Energie des Dipols im B-Feld

## Faradaysches Induktionsgesetz

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$  Magnetischer Fluss durch Fläche dA

$[\Phi_B] = \text{Tm}^2 = \text{Wb} = \text{Weber}$

$U_i = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$  induzierte Spannung in Spule mit N Windungen,

durchsetzt mit Fluss  $\Phi_B$

**Lenzsche Regel:** Ein induzierter Strom ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte B-Feld der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt, die den Strom hervorruft.

## Induktivität

$L = \frac{N\Phi_B}{I}$   $[L] = \text{Tm}^2/\text{A} = \text{H} = \text{Henry}$ , N: Windungszahl, I: Spulenstrom

$L = \mu_0 n^2 l A$  Zylinderspule mit Länge  $l$ , Windungsdichte  $n = N/l$ , Querschnitt A

$L = \mu_0 \mu n^2 l A$  für Materie mit Permeabilität  $\mu$

$U_i = -L \frac{dI}{dt}$  Selbstinduktion in einer Spule der Induktivität L

## Energie des Magnetfeldes

$E_{mag} = \frac{1}{2} LI^2$  magn. Energie in Spule

$\rho_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$  Energiedichte

## Transformator

Primärspule P läuft mit Wechselstrom, Eisenkern führt den Fluss durch zwei Spulen mit Windungszahlen  $N_P \neq N_S$ . Die Spannungs- & Stromverhältnisse der Primär- & Sekundärseite der Spule berechnen sich nach:

$$\frac{U_S}{U_P} = \frac{N_S}{N_P}, \quad \frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S}$$

### Magnetismus der Materie

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad \text{Vakuum } \mu = 1, \text{ Luft } \mu \approx 1$$

$$\mu = (1 + \kappa) \quad \text{Permeabilitätskonstante (ohne Einheit)}$$

$$\kappa \neq 0 \quad \text{Suszeptibilität (ohne Einheit)}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{externes Feld + Feld der Materie}$$

### Optik

#### Elektro-Magnetische Welle

$$E(t) = E_0 \sin(kx - \omega t), \quad B(t) = B_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$c = 299\,792\,452 \text{ m/s} \quad \text{Lichtgeschwindigkeit}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{Pointingvektor = Leistung pro Fläche}$$

$$I = S_{gem} = \frac{1}{\mu_0 c} \frac{1}{2} E_0^2$$

$$I = I_0 \cos^2 \omega \quad \text{Intensität hinter 2 Polarisatoren unter dem Polarisationswinkel } \omega$$

### Geometrische Optik

$$\text{Brechungsindex, } n = c/c_{mat} \quad c_{mat}: \text{Lichtgeschwindigkeit in der Materie}$$

$$\text{Reflexion} \quad \theta_1 = \theta_1' \quad \text{Einfallswinkel = Ausfallswinkel}$$

$$\text{Snellius-Gesetz} \quad \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \quad \text{Brechung bei Lichtübergang von Medium mit Brechungsindex } n_1 \text{ (Einfallswinkel } \theta_1) \text{ in das Medium mit Brechungsindex } n_2 \text{ (} \theta_2 \text{: Brechungswinkel)}$$

$$\text{Totalreflexion} \quad \sin \alpha_T = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{Grenzwinkel bei Lichtübergang von Medium 1 } \Rightarrow \text{ 2}$$

$$\text{Brewsterwinkel} \quad \tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{Licht kommt aus Medium 1 \& Reflexion an Medium 2}$$

$$\text{Kugelspiegel} \quad f = \frac{1}{2} r \quad r: \text{Radius des Kugelspiegels, } f: \text{Brennweite}$$

$$\text{Linsengleichung} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{gilt für Linsen und Kugelspiegel}$$

f: Brennweite, g: Gegenstandsweite, b: Bildweite

Breckkraft  $D = 1/f$ 

[D] Dioptrien 1dpt = 1/m

Linsenkombination:  $D = \sum D_j$  eng beieinander stehende Linsen mit Brechkraft  $D_j$ Abbildungsmaßstab  $m = B/G = -b/g$  B: Bildgröße, G: GegenstandsgrößeVergrößerung  $v = \varepsilon/\varepsilon_0$  Winkel  $\varepsilon$  bezogen auf menschlichen Sehwinkel  $\varepsilon_0$   
eines Gegenstandes im Augenabstand  $g = 25 \text{ cm}$ Fernrohr  $\Gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{B_1/f_2}{B_1/f_1} = \frac{f_1}{f_2}$  Winkelvergrößerung am Keplerfernrohr

### Wellenoptik

Lichtgeschwindigkeit  $c_n = \lambda_n f_n$  im Medium mit Brechungsindex  $n$  $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$  Wellenlänge im Medium mit Brechungsindex  $n$ optische Weglänge  $\Delta L = n\Delta L_{\text{geo}}$   $\Delta L_{\text{geo}}$ : geometrische Weglänge

### Doppelspalt

Spaltabstand  $g$ , Schirmabstand  $D \gg g$ Wegunterschied  $\Delta L = g \sin \theta$  zwischen Wellen von Spalt1, Spalt 2Maxima:  $\Delta L = m\lambda = g \sin \theta$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$  Wellen von  $S_1, S_2$  addieren sichMinima:  $\Delta L = (m + \frac{1}{2})\lambda = g \sin \theta$  Wellen von  $S_1, S_2$  löschen sich ausBeugungsordnung:  $m = 0$  Hauptmaximum $m = \pm 1, 2, 3 \dots$  Nebenmaximakonstruktiv  $m\lambda = g \sin \alpha$   $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ destruktiv  $\frac{2m+1}{2}\lambda = g \sin \alpha$ 

Auflösungsvermögen:

Prisma  $\frac{\lambda}{d\lambda} = d \frac{dn}{d\lambda}$  d: Basisbreite des Prismas, n: Brechungsindex,  $\lambda$ : WellenlängeGitter  $\frac{\lambda}{d\lambda} \leq mN$  m: Beugungsordnung, N: Gitterstriche

### Einzelspalt

Minima  $\lambda = a \sin \theta$ ,  $\theta$  = Position des 1. Minimums, a : Spaltbreite

Intensitätsverteilung:  $I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$   $I_0$ : Intensität des Zentralmaximums

Pinhole  $1,22 \cdot \lambda = a \sin \theta$ , 1. Minimum, Faktor 1,22 durch Loch statt Spalt

Auflösungsvermögen  $\theta_R \geq \arcsin \left( \frac{1,22\lambda}{d} \right) \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$  (Rayleigh-Kriterium)

## Gitter

Gitterkonstante:  $g = \frac{w}{N}$   $w$ : Gitterbreite,  $N$ : Zahl der Spalte

Typisch:  $g \sim 100 - 3000$  Striche pro mm

Maximum:  $g \sin \theta = m\lambda$   $m$ : Beugungsordnung

Linienbreite  $\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Ng \cos \theta}$  beliebiger Linie in Richtung  $\theta$

Linienbreite  $\sim \lambda, \sim 1/N$

Auflösungsvermögen  $R = \frac{\lambda_{\text{mit}}}{\Delta\lambda} = Nm$

## Röntgenbeugung

Maxima  $2d \sin \theta = m\lambda$  Bragg-Bedingung für Maxima der Ordnung  $m$

Netzebenenabstand  $d$

Bragg-Winkel  $\theta$  gemessen zur Oberfläche, nicht zur Normalen

## Quantenmechanik

Energie  $E = hf$  Energie *eines* Photons der Lichtwelle mit der Frequenz  $f$

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$  Js Plancksches Wirkungsquantum (neue Naturkonstante)

Intensität  $I = nE/At$  Leistung pro Fläche

WW-Materie Absorption / Emission ganzer Photonen, d.h. vernichtet / erzeugt Energiepakete

Photoeffekt  $E_{\text{kin}} = hf - W_A$   $W_A$ : Ablösearbeit,  $E_{\text{kin}}$ : Energie der freien Elektr.

Photonenmasse  $m = \frac{hf}{c^2}$  beachte: es gibt keine Ruhemasse des Photons



Photonenimpuls  $p = \frac{h}{\lambda}$   $\lambda$ : Lichtwellenlänge

Materiewellenlänge  $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$   $m$ : Masse,  $v$ : Geschwindigkeit,  $p$ : Impuls

Unschärferelation  $\Delta x \Delta p > h/2\pi$

Tunnelwahrscheinlichkeit  $T \approx e^{-2kL}$ ,  $k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m (eU_0 - E)}{h^2}}$

$E$ : Energie des Elektrons im Kastenpotenzial  $U_0$

$m$ : Elektronenmasse

Quantenmechanische Beschreibung eines Experimentes:

$\psi$ : Amplitude der Wahrscheinlichkeitswelle

$P = |\psi(x)|^2$  Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses am Ort  $x$  (Detektion des Photons)

a) Kann das Ereignis auf verschiedenen Wegen 1, 2 eintreten, dann Interferenz

$$\psi = \psi_1 + \psi_2$$

$$P = |\psi_1 + \psi_2|^2$$

b) Gibt es Entscheidung, welcher Weg gewählt wurde, dann keine Interferenz

$$P = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = P_1 + P_2$$

### Kasten-Potenzialtopf

Eindimensional mit:  $L$ : Breite des Topfes,  $m$ : Elektronenmasse,  $U_0$  unendlich

Energie  $E_n = \left( \frac{h^2}{8mL^2} \right) n^2$   $n = 1, 2, 3, \dots$  nicht 0

Wellenfunktion  $\psi(x) = 0$  für  $x < 0$ ,  $x > L$

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{für } 0 < x < L$$

Wahrscheinlichkeitsdichte  $\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  ist messbar

$$p(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \quad \text{Nachweis-Wahrscheinlichkeit}$$

für das Elektron im Bereich zwischen  $x_1$  und  $x_2$

## Atomphysik

Schrödinger-Gl. 
$$-\left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + E_{pot}(\vec{r})\right) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}),$$

$$m = \text{Elektronenmasse}, \hbar = \frac{h}{2\pi},$$

Lösung: a) Energien  $E_n$ , b) Wellenfunktionen  $\psi_n(r)$ , beides gequantelt,

### Wasserstoff-Atom:

Energie: 
$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -13,6 eV \frac{1}{n^2}$$

Quantenzahl  $n = 1, 2, 3, \dots$

$E_n < 0$  bedeutet gebundene Elektronen

Grundzustand  $n = 1$

$E_1 = -13,6 eV$ , tiefste Energie des e-

Angeregte Zustände:  $n > 1$  instabil, kurze Lebensdauer  $t \sim 10^{-9}s$

Höchster Zustand  $E_\infty = 0, n = \infty$

Ionisiert  $E > 0$  bedeutet freies Elektron, d.h.

Elektron nicht gefangen im Kernpot.

=> kontinuierliche Energieverteilung

Übergänge: i) Lichtabsorption:  $hf = E_m - E_n, m > n$

ii) Emission  $m < n$ , diskrete Linien, da  $E_n$  gequantelt

### Quantenzahlen

Name	Symbol	mögliche Werte	Bedeutung
Hauptquantenzahl	$n$	1, 2, 3, ...	Energie $E_n$ , Abstand vom Kern
		K, L, M, ...	Name der Hauptschale
Bahndrehimpulsqu.	$l$	0, 1, 2, 3 ... (n-1)	Drehimpuls, Orbital
		s, p, d, f, g, ...	Name des Orbitals
magnet. Quantenzahl	$m_l$	$-l, -(l-1), \dots, +(l-1), +l$	Bahn-Orientierung bzgl. $B_{\text{extern}}$
Spin	$m_s$	$\pm 1/2$	Spin z-Komponente bzgl. Achse



## Röntgenstrahlung

Grenzwellenlänge  $\lambda_{gr} = \frac{hc}{eU}$  U: Beschleunigungsspannung

Mosley-Gesetz  $E_n = -13,6eV \frac{(Z-1)^2}{n^2}$  für K-Schale, Z = Kernladungszahl

$Ry = -13,6eV (Z-1)^2$  Effektive Rydbergkonstante

## Festkörperphysik

### Kristallgitter

Translation Ein unendlich großer Kristall geht in sich selbst über, wenn Verschiebung um

$$\vec{T} = m_1\vec{a} + m_2\vec{b} + m_3\vec{c}$$

Gitterebenen definiert durch drei nicht auf einer Gerade liegende Atome (Gitterpunkte), d.h. durch Schnittpunkte  $S_j$  zwischen Ebene / Kristallachsen  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$$S_1 : m_1\vec{a}, S_2 : m_2\vec{b}, S_3 : m_3\vec{c}$$

Bragg-Streuung:  $m\lambda = 2d \sin \theta$

$\theta$  bezieht sich auf Kristallebene, Kristalloberfläche ist nur zu einer Ebenenschar parallel

### Halbleiter

Elektronendichte im LB  $n_e(E) = n_0 e^{\frac{-(E_L - E_F)}{kT}}, n_0 = 2 \left( \frac{m_e^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$

Löcherdichte im VB  $n_p(E) = p_0 e^{\frac{-(E_F - E_V)}{kT}}, p_0 = 2 \left( \frac{m_p^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$

Deutung:  $p_0, n_0$  = Dichte der Zustände in VB, LB,  $m^*$  : effektive Masse

Fermienergie  $E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left( \frac{p_0}{n_0} \right) \approx \frac{E_L + E_V}{2}$

Leitfähigkeit  $\sigma = X(T) \cdot e^{\frac{-E_g}{2kT}}, X(T)$  leicht temperaturabhängig

### Dotierter HL

Elektronendichte im LB  $n = n_D^+ = \frac{N_D}{2e^{(E_F - E_D)/kT} + 1}, N_D$  = Donatordichte

Fermienergie  $E_F = \frac{E_D + E_L}{2} + \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_D}{n_0}\right)$

Stromdichte der pn-Diode  $j = j_s \left( e^{\frac{eU_{ex}}{kT}} - 1 \right)$ ,  $j_s$ : Sperrstromdichte

LED  $E_g \approx hf$  Energie der emittierten Photonen