



Formelsammlung zur Klausur Physik I-II & Quantenphysik

Prof. Dr. Hans-Christoph Mertins

Gesamter Inhalt der Bachelorstudiengänge:

Physikalische Technik: Biomedizinische Technik / Lasertechnik

Technische Orthopädie

Wirtschaftsingenieurwesen Physikalische Technik

Chemieingenieurwesen

27.1.2012

Erlaubt ist allein diese Formelsammlung, die aber individuell von jedem Studenten ergänzt werden darf durch Text, weitere Formeln oder Umrechnungen.

Verboten ist eine Ergänzung mit Graphiken, Messkurven und Bildern.

Diese Formelsammlung enthält die für alle Studiengänge relevanten Formeln und damit mehr als für die Studiengänge Chemieingenieurwesen, Technische Orthopädie und Wirtschaftsingenieurwesen Physikalische Technik nötig.

Quelle: https://www.fh-muenster.de/physiklabor/vorlesung/fb11/formelsmlg_pt.php

Erstes Semester Mechanik & Thermodynamik

Bewegung

Verschiebung $\Delta x = x - x_0 \quad (m)$

Geschwindigkeit $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad \left(\frac{m}{s} \right)$

Beschleunigung $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} \quad \left(\frac{m}{s^2} \right)$

Für gleichmäßig beschleunigte Bewegungen gilt:

Geschwindigkeit zur Zeit $t \quad v(t) = v_0 + at \quad v_0: \text{Anfangsgeschw. zur Zeit } t = 0$

Verschiebung nach Zeit $t \quad x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2, \quad x_0: \text{Anfangsort zur Zeit } t = 0$

Daraus folgt $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$
 $x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$
 $x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$

Bewegung im 3-dim. Raum

Ortsvektor: $\vec{r}(t) = r_x(t) \vec{e}_x + r_y(t) \vec{e}_y + r_z(t) \vec{e}_z$

Basis: $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ rechtshändiges Koordinatensystem

Geschwindigkeit: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ komponentenweise berechnen

Beschleunigung: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Vektoren:

Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \quad \text{Projektion von } \vec{a} \text{ auf } \vec{b}$

Beträge $|\vec{a}| = (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{1/2}$

Winkel $\theta = \arccos[(\vec{a} \cdot \vec{b}) / (|\vec{a}| |\vec{b}|)]$

Kreuzprodukt $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

Es gilt $c = ab \sin \theta, \theta \text{ kleinerer Winkel, } \vec{c} \text{ senkrecht auf } \vec{a} \text{ und } \vec{b}$

Kräfte

Kraft $F^{\rightarrow} = m a^{\rightarrow}$ (zweites newtonsches Gesetz)

$$F^{\rightarrow} = F_x e_x^{\rightarrow} + F_y e_y^{\rightarrow} + F_z e_z^{\rightarrow},$$

$$F_x = ma_x, F_y = ma_y, F_z = ma_z$$

Im Koordinatensystem mit Basis $e_x^{\rightarrow}, e_y^{\rightarrow}, e_z^{\rightarrow}$

Reibungskraft: $f_{max} = \mu N$, N: Normalkraft

μ_s : Haftreibungskoeffizient, μ_k : Gleitreibungskoeffizient,

Zentripetalkraft $F = mv^2/r$ (je nur die Beträge)

Zentripetalbeschleunigung $a = v^2/r$

Federkraft $F^{\rightarrow} = -k d^{\rightarrow}$ (Hook'sches Gesetz)

k = Federkonstante

Gravitationskraft $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ zwischen Massen m_1, m_2 im Abstand r

$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

Gravitation in Erdnähe $F = mg$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Energie & Arbeit

Kinetische Energie $E_{kin} = 1/2 mv^2$

Arbeit $W = F^{\rightarrow} \cdot d^{\rightarrow}$

Leistung $P = dW/dt$

$$P = F^{\rightarrow} \cdot v^{\rightarrow}$$

Potenzielle Energie $E_{pot}(y) = mg y$ (Gravitation)

Pot. Federenergie $E_{pot} = 1/2 kx^2$ (x = Dehnung der Feder)

Energieerhaltung $E_{mech} = E_{kin} + E_{pot} = \text{konstant}$

Kraft & pot. Energie $F(x) = -d E_{pot}/dx$ (Minuszeichen beachten)

Impuls

Impuls $p^{\rightarrow} = m v^{\rightarrow}$

Gesamtimpuls $\vec{P} = \sum \vec{p}_j$

Kraft $F^{\rightarrow} = dp^{\rightarrow}/dt$ (Zweites Newton'sches Axiom)

Impulserhaltung $P_i^{\rightarrow} = P_f^{\rightarrow} = \text{konstant}$ i: Anfang, f: Endzustand

Rotation

Winkel $\theta = s/r$ s : Bogensegment, für kleine Winkel

Geschwindigkeit $\omega = d\theta/dt$

Beschleunigung $\alpha = d^2\theta/dt^2$

Vektorielle Darstellung:

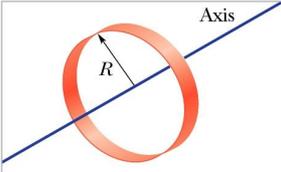
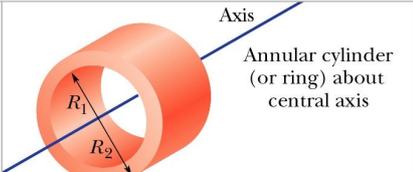
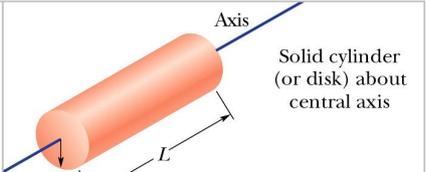
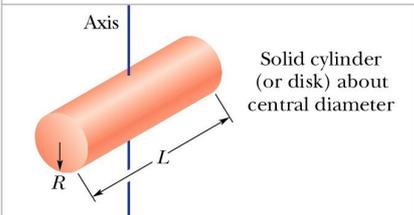
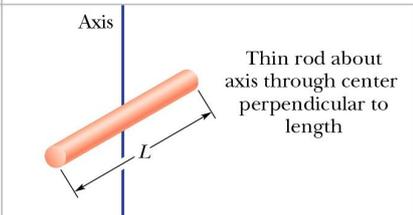
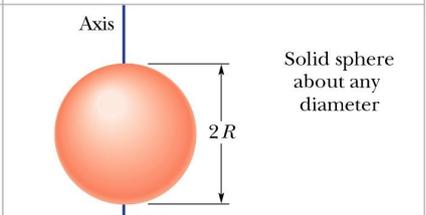
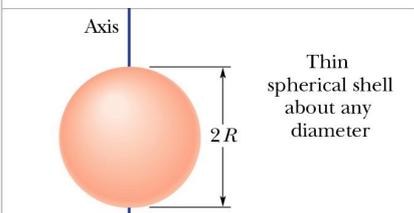
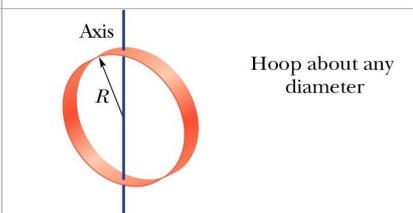
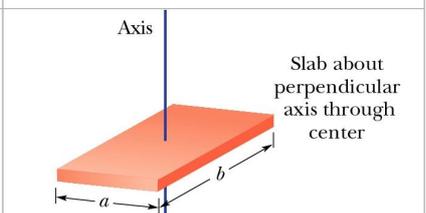
Ort $d\vec{r} = d\vec{\theta} \times \vec{r}$ (für kleine Winkel $d\theta$)

Geschw $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Beschl. $\vec{a} = \alpha \vec{r} + \omega^2 \vec{r}$

Trägheitsmoment: $I = \sum m_i r_i^2$

Satz v. Steiner $I = I_S + Mh^2$

 <p>Hoop about central axis</p> <p>$I = MR^2$ (a)</p>	 <p>Annular cylinder (or ring) about central axis</p> <p>$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ (b)</p>	 <p>Solid cylinder (or disk) about central axis</p> <p>$I = \frac{1}{2}MR^2$ (c)</p>
 <p>Solid cylinder (or disk) about central diameter</p> <p>$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ (d)</p>	 <p>Thin rod about axis through center perpendicular to length</p> <p>$I = \frac{1}{12}ML^2$ (e)</p>	 <p>Solid sphere about any diameter</p> <p>$I = \frac{2}{5}MR^2$ (f)</p>
 <p>Thin spherical shell about any diameter</p> <p>$I = \frac{2}{3}MR^2$ (g)</p>	 <p>Hoop about any diameter</p> <p>$I = \frac{1}{2}MR^2$ (h)</p>	 <p>Slab about perpendicular axis through center</p> <p>$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ (i)</p>

(Halliday, Resnick, Walker „Physik“ Viley VCH)

Rotationsenergie $E_{kin} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Drehmoment $T^{\rightarrow} = r^{\rightarrow} \times F^{\rightarrow}$
 $= rF \sin\theta$

$$T = I\alpha$$

Drehimpuls $l^{\rightarrow} = (r^{\rightarrow} \times p^{\rightarrow})$
 $= rp \sin\theta$

Drehmoment & Impuls $T^{\rightarrow}_{ges} = dl^{\rightarrow}_{ges} / dt$

Drehimpuls starrer Körper $L = \omega I$

Drehimpulserhaltung $L_i^{\rightarrow} = L_f^{\rightarrow} = \text{konstant}$

Arbeit $W = \int T \cdot d\theta$

Leistung (T konst.) $P = T^{\rightarrow} \cdot \omega^{\rightarrow}$

Fluide:

Dichte $\rho = m/V$

Druck $p = F/A$ Skalar ohne Richtungsabhängigkeit

Hydrostat. Druck $p = p_0 + \rho gh$ in Tiefe h , p_0 : Luftdruck auf Flüssigkeitsoberfläche

Archimed. Prinzip $m_{FG}^{\rightarrow} = F_A^{\rightarrow}$ (Auftriebskraft)

$$\frac{m_{Körper}}{m_{Fluid}} = \frac{\rho_{Körper} \cdot V}{\rho_{Fluid} \cdot V} = \frac{\rho_{Körper}}{\rho_{Fluid}} < 1$$

Kontinuitätsgleichung $A_1 v_1 = A_2 v_2$

Bernoulligleichung $p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = p_0 = \text{konstant}$

Thermodynamik

Temperatur: $T_3 = 273,16 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ (Tripelpunkt von Wasser)

1 Kelvin = 1 / 273,16-te Teil der Differenz Tripelpunkt - Nullpunkt

Längenausdehnung: $\Delta L = L \alpha \Delta T$

Volumenänderung $\Delta V = V 3 \alpha \Delta T$

Wärme dQ (ausgetauschte Energie)

Spezifische Wärme c : $dQ = cm dT$ c für eine Materialsorte

Wärmekapazität $C = cm$ für einen bestimmten Körper der Masse m

Molare Wärmekapazität $dQ = n C_{p,v} dT$

$C_V = \frac{1}{2} f R$ bei konstantem Volumen für $n = 1 \text{ Mol}$

$C_p = (\frac{1}{2} f + 1)R$ bei konstantem Druck für $n = 1 \text{ Mol}$

Ideales Gasgesetz: $pV = nRT = NkT$ n : Molzahl, N : Teilchenzahl

Avogadrozahl $N_A = 6,02 \times 10^{23}$

Bolzmannkonstante $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Gaskonstante $R = k N_A = 8,31 \text{ J/(mol K)}$

Innere Energie $E_{\text{int}} = \frac{f}{2} kT$, $f = \text{Freiheitsgrad}$

Druckarbeit des Gases: $W = \int_{V_i}^{V_f} p dV$

1. Hauptsatz $dE_{\text{int}} = dQ - dW$

Adiabate: $pV^\gamma = \text{konstant}$, $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$, $\gamma = C_p / C_V$

Schmelzwärme $W_S = m\lambda_S$

Verdampfungswärme $W_D = m\lambda_D$

Carnot-Prozess: $\eta = |W| / |Q| = \text{Arbeit} / \text{zugeführte Wärme} = \text{Wirkungsgrad}$

Entropie $dS = dQ/T$

Zweiter Hauptsatz: $dS \geq 0$ Die Entropie im abgeschlossenen System nimmt für irreversible Prozesse zu und bleibt für reversible Prozesse konstant.

Wärmestrom $P_L = Q/t = \lambda (T_h - T_k)A/L$ vom heißen in den kalten Bereich durch einen Leiter der Länge L mit Querschnitt A

$\lambda = \text{Wärmeleitfähigkeit}$ $[\lambda] = \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$

Zweites Semester Schwingung & Wellen / Elektrodynamik / Optik

Ungedämpfte harmonische Schwingung

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + kx = 0 \quad \text{Differenzialgleichung (DGL) mit } k: \text{ Federkonstante, } m: \text{ Masse}$$

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{Lösung der Dgl., Bewegungsform}$$

$x(t)$: Auslenkung, Ort ändert sich

t : Zeit läuft als Variable

$\omega t + \varphi$: Phase, φ : Phasenkonstante

x_0 Amplitude, maximale Auslenkung

$\omega = 2\pi f$ Kreisfrequenz, f : Frequenz

$T = 2\pi/\omega$ Periodendauer, beachte φ in rad

Allgemein gilt für die harmonische Schwingung:

$$a(t) = -\omega^2 x(t) \quad \text{Beschleunigung } a(t) \text{ ist proportional zur Auslenkung } x(t)$$

Eigenfrequenz $\omega = (k/m)^{1/2}$

Gesamtenergie $E = \frac{1}{2} k x_0^2$ (Federsystem)

Einfaches Pendel $\omega = (g/L)^{1/2}$ g : Gravitationskonstante, L : Pendellänge

Torsionspendel $\omega = (\kappa/I)^{1/2}$ I : Trägheitsmoment, κ : Torsionskonstante

Gedämpfte Schwingung

Kräfte $ma = -kx - bv$ mit b : Reibungskonstante

$$\text{Dgl. } (d^2x/dt^2) + 2\delta(dx/dt) + (k/m)x = 0$$

$$\text{Lsg: } x(t) = x_0 \cdot \exp\{-\delta t\} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = (k/m - \delta^2)^{1/2}$$

$$\delta = b/2m$$

1) Schwingfall: $4km > b^2 \Rightarrow \omega > 0$

2) aperiodischer Grenzfall: $4km = b^2 \Rightarrow \omega = 0$

3) Kriechfall: $4km < b^2 \Rightarrow \omega$ imaginär

Erzwungene Schwingung

Dem schwingenden Systeme mit seiner Eigenfrequenz wird durch eine periodisch veränderliche extern Kraft F_a mit Kreisfrequenz ω_a eine cosinusförmige Schwingung aufgezungen:

$$\text{Kräfte} \quad m(d^2x/dt^2) + b(dx/dt) + kx = F_a \cos(\omega_a t)$$

Kraft für Beschleunigung
Reibungskraft
Rückstellkraft
äußere Kraft

Dgl. $(d^2x/dt^2) + 2\delta(dx/dt) + (k/m)x = F_a/m \cos(\omega_a t)$

Nach einer ausreichend langen Einschwingzeit ergibt sich die Lösung:

$x(t) = x_0 \cos(\omega_a t + \varphi)$	Ortes des Teilchens für $t \gg 1/\delta$
$x_0 = F_a / [m^2(\omega_0^2 - \omega_a^2)^2 + b^2\omega_a^2]^{1/2}$	Amplitude
$\omega_0 = (k/m)^{1/2}$	Eigenfrequenz ohne Dämpfung ($b = 0$)
$\omega_r = (\omega_0^2 - \delta^2)^{1/2}$	Eigenfrequenz mit Dämpfung
$\varphi = \arctan\{2\delta\omega_a / (\omega_0^2 - \omega_a^2)\}$	Phasenverschiebung zwischen System und äußere Kraft

Welle räumlich und zeitlich periodischer Vorgang

Auslenkung $y(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t)$

Amplitude y_0 max. Auslenkung aus Gleichgewicht

Phase $kx - \omega t$ Argument der Sinusfunkt.

Wellenlänge λ räumlicher Abstand zwischen zwei Wiederholungen der Wellenformen

gilt $y(x, 0) = y(x + \lambda)$

Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ $[k] = \text{rad/m}$

Periode T zeitlicher Abstand zwischen zwei Wiederholungen der Wellenfront

Kreisfrequ. $\omega = 2\pi/T$ $[\omega] = 1/s$

Phasengeschwindigkeit: $c = dx/dt = \omega/k = \lambda f$

Geschw. eines Wellenpunktes $u = \partial y / \partial t$

Gemittelte Leistung P (Energie-Transportrate) der Welle

$P = \frac{1}{2} \mu c \omega^2 y_0^2$ $\mu = M/L$ Massendichte des Seils, c : Phasengeschwindigkeit

$P \sim y_0^2$ $y_0 = \text{Amplitude}$, ω : Kreisfrequenz

Interferenz

zwei identische Wellen $y_1(x, t) = y_2(x, t)$ laufen in gleiche Richtung, aber mit unterschiedlicher Phasenkonstante φ .

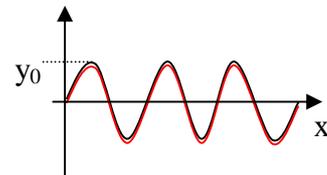
$$y_1(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

Interferenz: $y_1(x, t) + y_2(x, t) = y(x, t) = [2 y_0 \cos \frac{1}{2}\varphi] * \sin(kx - \omega t + \frac{1}{2}\varphi)$
 Auslenkung = Amplitude * Schwingungsterm

Konstruktive Interferenz

$$\varphi = 0, \text{ beide Wellen } \underline{\text{in}} \text{ Phase}$$

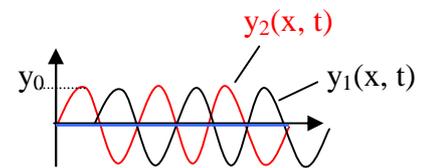
$$\Rightarrow y(x, t) = 2 y_0 * \sin(kx - \omega t), \text{ doppelte Amplitude}$$



Destruktive Interferenz

$$\varphi = 180 \text{ beide Wellen } \underline{\text{au\ss}} \text{er Phase}$$

$$\Rightarrow y(x, t) = 0 \text{ da } \cos 180 = 0 \text{ Amplitude ist immer \& \u00f6berall Null}$$



Gangunterschied Δ ist die Phasendifferenz φ zwei gleicher Wellen, gemessen in der Wellenlänge λ . Die Welle wiederholt sich exakt bei $\varphi = n2\pi$ bzw. $\Delta = n\lambda$, $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Stehende Welle

Zwei identische, in entgegengesetzte Richtung laufende Wellen (Vorzeichen von ω)

$$y_1(x, t) = y_0 \sin(kx - \omega t), \quad y_2(x, t) = y_0 \sin(kx + \omega t) \text{ \u00f6berlagern sich zu}$$

$$y_1(x, t) + y_2(x, t) = y(x, t) = \sin(kx) * 2 y_0 \cos \omega t$$

Auslenkung = Amplitude * Schwingungsterm

Knoten: $\sin(kx) = 0 \Rightarrow kx = n\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

B\u00e4uche: $\sin(kx) = 1 \Rightarrow kx = (n + \frac{1}{2})\pi, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$

stehende Wellen bilden sich aus, wenn:

Wellenl\u00e4nge: $\lambda = 2L/n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$

Frequenz: $f = c/\lambda = nc/(2L), \quad n = 1, 2, 3, \dots$

$n = 1$: Grundschwingung (1. Harmonische)

$n = 2$: erste Oberschwingung (2. Harmonische) usw.

Schallwellen

Welle	$s(x, t) = s_0 \cos(kx - \omega t)$	
Amplitude	s_0	max. Auslenkung der Luftmoleküle aus Gleichgewicht
Wellenlänge	λ	hier $s_0 \ll \lambda$
Druck-Welle	$\Delta p(x, t) = \Delta p_0 \sin(kx - \omega t)$	(Druckdifferenz zu Normaldruck)
	$\Delta p_0 = (c\rho\omega)s_0$	c: Schallgeschwindigkeit, ρ : Dichte
Kompressionsmodul:	$K = \frac{\Delta p}{\Delta V/V}$	Druckänderung pro relativer Volumenänderung
Schallgeschwindigkeit:	$c = \sqrt{K/\rho}$	Massendichte ρ
Lautstärke	ist ein uneinheitlicher, subjektiver Begriff	
Schallintensität:	Energie-Übertragungsrate (Leistung P) pro absorbierender Fläche A	
	$I = P/A$	$[P] = \text{W/m}^2$ $I = \frac{1}{2} \rho c \omega^2 s_0^2$
	$I = P_0 / (4\pi r^2)$	Schallintensität einer Punktquelle fällt mit $1/r^2$
Schallpegel	$\beta = (10\text{dB}) \log I/I_0$	Dezi-Bell
	$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$	untere Wahrnehmungsgrenze

Schwebung

Überlagerung von 2 Schwingungen $s_1(t) = s_0 \sin(\omega_1 t)$, $s_2(t) = s_0 \sin(\omega_2 t)$, mit $\omega_2 \neq \omega_1$

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = 2s_0 \cos \omega' t \cdot \cos \omega t$$

Frequenz: $\omega_{\text{Schwebung}} = 2\omega' = \omega_1 - \omega_2$, $2T_{\text{Schweb}} = T'$

Doppler-Effekt

Prinzip: Sender und Empfänger bewegen sich relativ zueinander

$$f' = f \frac{c \pm v_D}{c \pm v_S} \quad f: \text{Frequenz des Senders}, \quad f': \text{Frequenz bei Relativbewegung}$$

c: Schallgeschwindigkeit in Luft, v_D : Detektor-Geschwindigkeit relativ zur Luft

v_S : Sender-Geschwindigkeit relativ zur Luft,

Vorzeichen so wählen, dass $f' > f$ wenn Detektor & Sender aufeinander zu laufen

Elektrodynamik

1.1 Coulombsches Gesetz

Zwei Teilchen stehen im Abstand r und tragen die Ladungen q_1 und q_2 . Dann wirkt zwischen ihnen die abstoßende / anziehende elektrostatische Kraft

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2) \text{ (Dielektrizitätskonstante)}$$

Kugelschalentheorem

1) Eine homogen über eine Kugelschale verteilte Ladung wirkt auf ein Teilchen außerhalb so, als sei die gesamte Ladung im Zentrum der Kugel lokalisiert.

2) Die resultierende elektrostatische Kraft auf ein geladenes Teilchen im Zentrum einer homogen geladenen Kugelschale ist Null (Abschirmung).

Gleichverteilung: Ladungen auf eine elektrisch leitende Fläche verteilt sich homogen.

Elektrisches Feld

$\vec{F} = q_0 \vec{E}$ Kraftwirkung auf Probeladung q_0 durch Feld E übermittelt

Probeladung q_0 ist so klein, dass sie das E-Feld nicht stört, testet E-Feld aus

Punktladung q $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$

Elektron Ladung $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ kleinste Ladungseinheit

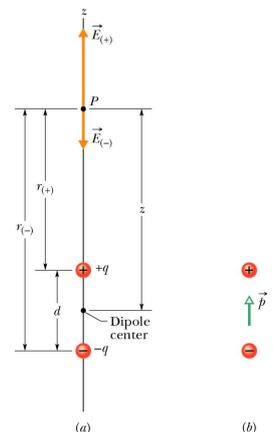
Masse $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Elektrischer Dipol

$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left[\frac{2d}{z} \right] = \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 z^3}$ E-Feld auf Dipolachse

$\vec{p} = q\vec{d}$ Dipolmoment, q : Ladung, d : Ladungsabstand

$\vec{T} = \vec{p} \times \vec{E}$ Drehmoment im externen E-Feld



Ladungsverteilung Punktladung lineare Dichte Flächendichte Raumdichte

Zeichen	q	λ	σ	ρ
Einheit	C	C/m	C/m ²	C/m ³

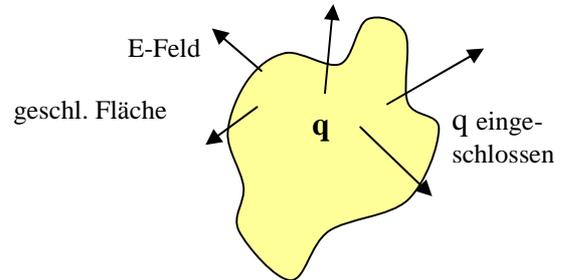
Gaußscher Satz

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \text{elektrischer Fluss durch Fläche A}$$

Die in einer geschlossenen Fläche befindliche gesamte Ladung q ist gleich dem durch die Fläche tretenden elektrischen Fluss

$$\varepsilon_0 \Phi = \varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

(für Vakuum, Luft)



Elektrisches Potenzial $\phi(x)$ / Spannung U

Potenzialdifferenz = Spannung zwischen den Punkten x_1 und x_2 im elektrischen Feld

$$U_{12} = \phi(x_2) - \phi(x_1) = - \int_{x_1}^{x_2} \vec{E} \cdot d\vec{x} \quad [U] = \text{Volt} = \text{J/C}$$

Arbeit $W_{12} = qU_{12}$ Ladungstransport im E-Feld von x_1 nach x_2

Potenzielle Energie $E_{el} = qU_{1,2}$

Punktladung $\phi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$ $r = \text{Abstand zur Punktladung}$

Nullniveau bei $x = \infty$ $\phi(x = \infty) = 0$

E-Feld $E_x = \frac{-\partial\phi(x, y, z)}{\partial x}$, $E_y = \frac{-\partial\phi(x, y, z)}{\partial y}$, $E_z = \frac{-\partial\phi(x, y, z)}{\partial z}$

Kondensator Ein Kondensator besitzt zwei voneinander isolierte Leiter beliebiger Form

Ladung: $q+$, $q-$ betragsmäßig gleich, je auf den beiden Platten ,

Spannung: U zwischen den Platten

Kapazität: $C = q/U$ Einheit Farad $[C] = F = C/V$

Plattenkondensator $C = \varepsilon_0 A/d$ d : Plattenabstand, A : Plattenfläche

Zylinderkondensator $C = 2\pi\varepsilon_0 L/\ln(b/a)$ a : Außenradius innerer Zylinder,

b : Innenradius äußere Zylinder, L : Zylinderlänge

Ersatzkondensator C für Schaltung von Kondensatoren mit Kapazität C_i :

a) Parallel $C = \sum_{i=1}^n C_i$ b) Reihe $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$

Energie $E_{el} = \frac{1}{2} CU^2$ gespeichert im E-Feld des Kondensators

Energiedichte $\rho_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

Dielektrika

$$\epsilon = \frac{C}{C_{vac}} \quad \text{Dielektrizitätskonstante des Materials}$$

$$\epsilon_0 \oint \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad \text{Gaußscher Satz für Dielektrika}$$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad D = \text{dielektrische Verschiebung, Polarisation des Dielektrikums}$$

Piezo-Effekt: Spannung in Kristallachsenrichtung anlegen und Kristall staucht / dehnt sich

$$E = \delta \frac{\Delta x}{x}, \text{ oder } U = \delta \Delta x, \quad \delta \sim 10^{10} \text{ V/m} \quad \text{piezoelektrischer Koeffizient}$$

Strom Strom I ist der effektiver Ladungstransport dq in einer Zeit dt

$$\text{Strom} \quad I = dq/dt \quad [I] = C/s = A \quad (\text{Ampere})$$

Stromdichte $j = I/A$ Strom durch Querschnittsfläche A

$$j = e \underbrace{n}_{\text{Ladungsträgerdichte}} \cdot \underbrace{v_D}_{\text{Driftgeschw.}}$$

Widerstand $R = U / I$ $[R] = V/A = \Omega$ (Ohm) (generelle Definition)

Ohmscher Widerstand: R ist unabhängig von Strom & Spannung

Spezifischer Widerstand ρ $[\rho] = \Omega m$ als Materialeigenschaft

$$R = \rho l / A \quad A: \text{Leiterquerschnitt, } l: \text{Leiterlänge}$$

$$\rho = E / j$$

Temperaturabhängigkeit $\rho = \rho_0 (1 + \alpha T)$

Ladungsträgerdichte $n(T) = N \exp\left\{\frac{-W}{2kT}\right\}$ als Ursache der Temperaturabh. von ρ

W: Elektronen-Bindungsenergie, $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$

Leitfähigkeit $\sigma = 1/\rho$ $\Rightarrow \vec{j} = \sigma \vec{E}$

Leistung $P = UI$ $[P] = AV = \frac{C}{s} \frac{J}{C} = W$

Stromkreis-Regeln

Maschenregel Die Summe aller Potenzialänderungen beim Durchlaufen eines geschlossenen Weges in einem Stromkreis (Masche) ist Null. (Folge der Energieerhaltung)

Widerstandsregel: Durchläuft man einen Widerstand in Stromrichtung, so fällt das Potenzial um $U = -IR$, läuft man gegen die Stromrichtung, so wächst es um $U = +IR$.

Spannungsregel: Läuft man durch eine ideale Spannungsquelle vom neg. zum pos. Pol so wächst das Potential um U_{Bat} .

Verzweigungsregel (Kirchhoffsche Satz): im Verzweigungspunkt eines Stromkreises ist die

Summe aller eingehenden Ströme gleich der Summe aller ausgehenden Ströme.

Reihenschaltung: (es gibt nur einen Weg für den Strom). Liegt an einer Reihe von Widerständen R_i die Spannung U , so fließt durch jeden Widerstand der gleiche Strom.

Die Potentialdifferenzen der Einzelwiderstände summieren sich zu U .

$$R = \sum R_i \quad \text{Ersatzwiderstand}$$

Parallelschaltung: über allen Widerständen R_i besteht die selbe Potentialdifferenz. Der Gesamtstrom ist die Summe der Einzelströme.

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{Ersatzwiderstand}$$

Ladevorgang am Kondensator

Aufladen $q(t) = CU_B \left(1 - e^{-t/RC}\right)$ mit $CU_B = q_0$, $U_B = \text{Batteriespannung}$

Entladen $q(t) = q_0 e^{-t/RC}$

Zeitkonstante $\tau = RC$

Magnetischer Fluss & Lorentzkraft

Definition des magnetischen Flusses B : Lorentz-Kraft auf Ladung q der Geschwindigkeit v

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{Lorentzkraft}$$

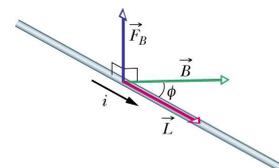
F senkrecht zu B und zu v (Rechte-Hand-Regel UVW)

$$[B] = \text{Tesla}, \quad 1 \text{ T} = \text{N}/(\text{A m}), \quad 1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gau\ss}$$

Magnetfeld von Strömen

Magnetische Kraft auf Strom I im geraden Leiter der Länge L im homogenen B -Feld

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$



Biot-Savartsches Gesetz

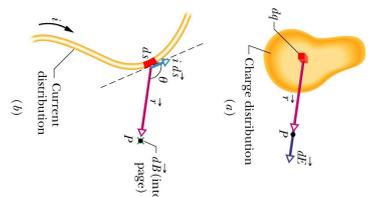
gegeben: Leitelement ds mit Strom I parallel $d\vec{s}$

gesucht: Magnetfeld $d\vec{B}$ am Punkt P

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A} \quad (\text{Permeabilität für Vakuum})$$

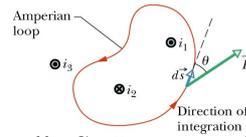
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{B-Feld des } \infty \text{ langen geraden Leiters im Abstand } R \text{ mit Strom } I$$



Amperesches Gesetz

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{um}$$

$\vec{B} \cdot d\vec{s}$ entlang einer geschlossenen Schleife, die alle Ströme umschließt, die zu I_{um} beitragen



Magnetfeld einer Spule

Das Feld im Inneren einer Spule, mit der Länge L , ($L \gg$ als Spulendurchmesser) ist

$$B = \mu_0 I \frac{N}{L} \quad \text{N: Windungszahl, L: Spulenlänge, I: Strom}$$

Magnetischer Dipol

$\vec{\mu}$ Dipolmoment

$\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ Drehmoment des Dipols im B-Feld

$E_{Mag}(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ Magnetische Energie des Dipols im B-Feld

Faradaysches Induktionsgesetz

$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$ Magnetischer Fluss durch Fläche dA

$[\Phi_B] = \text{Tm}^2 = \text{Wb} = \text{Weber}$

$U_i = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$ induzierte Spannung in Spule mit N Windungen,

durchsetzt mit Fluss Φ_B

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ Induziertes E-Feld

Lenzsche Regel: Ein induzierter Strom ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte B-Feld der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt, die den Strom hervorruft.

Induktivität

$L = \frac{N\Phi_B}{I}$ $[L] = \text{Tm}^2/\text{A} = \text{H} = \text{Henry}$, N: Windungszahl, I: Spulenstrom

$L = \mu_0 n^2 l A$ Zylinderspule mit Länge l , Windungsdichte $n = N/l$, Querschnitt A

$U_i = -L \frac{dI}{dt}$ Selbstinduktion in einer Spule der Induktivität L

RL-Glieder

Verzögerung von An- / Aus-Schaltvorgängen im Stromkreis mit Widerstand R & Spule L

$$\text{An-Schalten } I(t) = \frac{U_B}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \tau_L = L/R \quad \text{Zeitkonstante}$$

$$\text{Aus-Schalten } I(t) = \frac{U_B}{R} \left(e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad \text{mit } I_0 = U_B/R$$

Energie des Magnetfeldes

$$E_{mag} = \frac{1}{2} LI^2 \quad \text{magn. Energie in Spule}$$

$$\rho_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{Energiedichte}$$

Transformator

Primärspule P läuft mit Wechselstrom, Eisenkern führt den Fluss durch zwei Spulen mit Windungszahlen $N_P \neq N_S$. Die Spannungs- & Stromverhältnisse der Primär- & Sekundärseite der Spule berechnen sich nach:

$$\frac{U_S}{U_P} = \frac{N_S}{N_P}, \quad \frac{I_S}{I_P} = \frac{N_P}{N_S}$$

Magnetismus der Materie

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad \text{Vakuum } \mu = 1$$

$$\mu = (1 + \kappa) \quad \text{Permeabilitätskonstante (ohne Einheit)}$$

$$\kappa \neq 0 \quad \text{Suszeptibilität (ohne Einheit)}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{externes Feld + Feld der Materie}$$

LCR Schwingkreis

$$\Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad \text{DGL der gedämpften Schwingung}$$

$$\text{Lsg } q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad \text{Eigenfrequenz der gedämpften Schwingung}$$

Wechselstromkreis:

es werden Effektivwerte für Strom und Spannung verwendet, so dass die Form der entsprechenden Gesetze identisch denen für Gleichstrom sind:

Effektivwerte: $I_{eff} = \frac{I}{\sqrt{2}}, U_{eff} = \frac{U}{\sqrt{2}},$ (Wechselstrom)

Leistung $P_{gem} = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi$ $\cos \varphi =$ Leistungsfaktor

Optik

Elektro-Magnetische Welle

$E(t) = E_0 \sin(kx - \omega t), B(t) = B_0 \sin(kx - \omega t)$

$c = 299\,792\,452$ m/s Lichtgeschwindigkeit

$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ Pointingvektor = Leistung pro Fläche

$I = S_{gem} = \frac{1}{\mu_0 c} \frac{1}{2} E_0^2$

$I = I_0 \cos^2 \omega$ Intensität hinter 2 Polarisatoren unter dem Polarisationswinkel ω

Geometrische Optik

Brechungsindex, $n = c/c_{mat}$ c_{mat} : Lichtgeschwindigkeit in der Materie

Reflexion $\theta_1 = \theta_1'$ Einfallswinkel = Ausfallswinkel

Snellius-Gesetz $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$ Brechung bei Lichtübergang von Medium mit Brechungsindex n_1 (Einfallswinkel θ_1) in das Medium mit Brechungsindex n_2 (θ_2 : Brechungswinkel)

Totalreflexion $\sin \alpha_T = \frac{n_2}{n_1}$ Grenzwinkel bei Lichtübergang von Medium 1 => 2

Brewsterwinkel $\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}$ Licht kommt aus Medium 1 & Reflexion an Medium 2

Kugelspiegel $f = \frac{1}{2} r$ r: Radius des Kugelspiegels, f: Brennweite

Linsengleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ gilt für Linsen und Kugelspiegel
f: Brennweite, g: Gegenstandsweite, b: Bildweite

Brechkraft	$D = 1/f$	[D] Dioptrien 1dpt = 1/m
Linsenkombination:	$D = \sum D_j$	eng beieinander stehende Linsen mit Brechkraft D_j
Abbildungsmaßstab	$m = B/G = -b/g$	B: Bildgröße, G: Gegenstandsgröße
Vergrößerung	$v = \varepsilon/\varepsilon_0$	Winkel ε bezogen auf menschlichen Sehwinkel ε_0 eines Gegenstandes im Augenabstand $g = 25$ cm
Fernrohr	$\Gamma = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{B_1/f_2}{B_1/f_1} = \frac{f_1}{f_2}$	Winkelvergrößerung am Keplerfernrohr

Drittes Semester Wellenoptik / Quantenphysik / Festkörper- / Kernphysik

Wellenoptik

Lichtgeschwindigkeit	$c_n = \lambda_n f_n$	im Medium mit Brechungsindex n
	$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$	Wellenlänge im Medium mit Brechungsindex n
optische Weglänge	$\Delta L = n\Delta L_{\text{geo}}$	ΔL_{geo} : geometrische Weglänge

Doppelspalt

Spaltabstand g , Schirmabstand $D \gg g$		
Wegunterschied	$\Delta L = g \sin \theta$	zwischen Wellen von Spalt1, Spalt 2
Maxima:	$\Delta L = m\lambda = g \sin \theta, \quad m = 0, 1, 2, \dots$	Wellen von S_1, S_2 addieren sich
Minima:	$\Delta L = (m + \frac{1}{2})\lambda = g \sin \theta$	Wellen von S_1, S_2 löschen sich aus
Beugungsordnung:	$m = 0$	Hauptmaximum
	$m = \pm 1, 2, 3 \dots$	Nebenmaxima

konstruktiv $m\lambda = g \sin \alpha \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

destruktiv $\frac{2m+1}{2}\lambda = g \sin \alpha$

Auflösungsvermögen:

Prisma $\frac{\lambda}{d\lambda} = d \frac{dn}{d\lambda}$ d : Basisbreite des Prismas, n : Brechungsindex, λ : Wellenlänge

Gitter $\frac{\lambda}{d\lambda} \leq mN$ m : Beugungsordnung, N : Gitterstriche

Einzelspalt

Minima $\lambda = a \sin \theta$, θ = Position des 1. Minimums, a : Spaltbreite

Intensitätsverteilung: $I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ I_0 : Intensität des Zentralmaximums

Pinhole $1,22 \cdot \lambda = a \sin \theta$, 1. Minimum, Faktor 1,22 durch Loch statt Spalt

Auflösungsvermögen $\theta_R \geq \arcsin \left(\frac{1,22\lambda}{d} \right) \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$ (Rayleigh-Kriterium)

Gitter

Gitterkonstante: $g = \frac{w}{N}$ w : Gitterbreite, N : Zahl der Spalte

Typisch: $g \sim 100 - 3000$ Striche pro mm

Maximum: $g \sin \theta = m\lambda$ m : Beugungsordnung

Linienbreite $\Delta\theta_{1/2} = \frac{\lambda}{Ng \cos \theta}$ beliebiger Linie in Richtung θ

Linienbreite $\sim \lambda$, $\sim 1/N$

Auflösungsvermögen $R = \frac{\lambda_{mit}}{\Delta\lambda} = Nm$

Röntgenbeugung

Maxima $2d \sin \theta = m\lambda$ Bragg-Bedingung für Maxima der Ordnung m

Netzebenenabstand d

Bragg-Winkel θ gemessen zur Oberfläche, nicht zur Normalen

Quantenmechanik

Energie $E = hf$ Energie *eines* Photons der Lichtwelle mit der Frequenz f

$h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js Plancksches Wirkungsquantum (neue Naturkonstante)

Intensität $I = nE/At$ Leistung pro Fläche

WW-Materie Absorption / Emission ganzer Photonen, d.h. vernichtet / erzeugt Energiepakete

Photoeffekt $E_{kin} = hf - W_A$ W_A : Ablösearbeit, E_{kin} : Energie der freien Elektr.

Photonenmasse $m = \frac{hf}{c^2}$ beachte: es gibt keine Ruhemasse des Photons

Photonenimpuls $p = \frac{h}{\lambda}$ λ : Lichtwellenlänge

Comptonverschiebung $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$ ϕ : Streuwinkel

Comptonwellenlänge $\lambda_C = h/mc$

Materiewellenlänge $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$ m : Masse, v : Geschwindigkeit, p : Impuls

Unschärferelation $\Delta x \Delta p > h/2\pi$

Tunnelwahrscheinlichkeit $T \approx e^{-2kL}$, $k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(eU_0 - E)}{h^2}}$

E : Energie des Elektrons im Kastenpotenzial U_0

m : Elektronenmasse

Schwarzer Strahler

Intensitätsverteilung $\rho(f, T) df = \frac{4\pi h f^3}{c^3 \cdot (\exp\{hf/kT\} - 1)} df$

Wien'sches Verschiebungsgesetz $\lambda_{\max} = \frac{2,898 \text{ mm} \cdot \text{K}}{T}$

Stefan-Boltzmann Gesetz $P = \varepsilon \sigma AT^4$ Abgestrahlte Leistung eines Körpers

mit $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$ Stefan-Boltzmann-Konstante.

A strahlende Fläche des Körpers

ε Emissionsgrad, bzw. der Absorptionsgrad mit $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

Elektron im Kasten-Potenzialtopf

Eindimensional mit: L : Breite des Topfes, m : Elektronenmasse, U_0 unendlich

Energie $E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2$ $n = 1, 2, 3, \dots$ nicht 0

Wellenfunktion $\psi(x) = 0$ für $x < 0$, $x > L$

$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ für $0 < x < L$

Wahrscheinlichkeitsdichte $\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right)$, $n = 1, 2, 3, \dots$ ist messbar

$$p(x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx \quad \text{Nachweis-Wahrscheinlichkeit}$$

für das Elektron im Bereich zwischen x_1 und x_2

3-Dim. Potenzialtopf $E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)$ $L_x = L_y = L_z = L$

Atomphysik

Schrödinger-Gl. $-\left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + E_{pot}(\vec{r})\right) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r})$,

$$m = \text{Elektronenmasse}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Lösung: a) Energien E_n , b) Wellenfunktionen $\psi_n(r)$, beides gequantelt,

Wasserstoff-Atom:

Energie: $E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -13,6 eV \frac{1}{n^2}$

Quantenzahl $n = 1, 2, 3, \dots$

$E_n < 0$ bedeutet gebundene Elektronen

Grundzustand $n = 1$

$E_1 = -13,6 eV$, tiefste Energie des e-

Angeregte Zustände: $n > 1$ instabil, kurze Lebensdauer $t \sim 10^{-9} s$

Höchster Zustand $E_\infty = 0$, $n = \infty$

Ionisiert $E > 0$ bedeutet freies Elektron, d.h.

Elektron nicht gefangen im Kernpot.

\Rightarrow kontinuierliche Energieverteilung

Übergänge: i) Lichtabsorption: $hf = E_m - E_n$, $m > n$

ii) Emission $m < n$, diskrete Linien, da E_n gequantelt

Wellenfunktionen

Randbdg. $\Psi(r = \infty) = 0$ Elektron darf nicht ∞ weit weg vom Kern sein, sonst frei

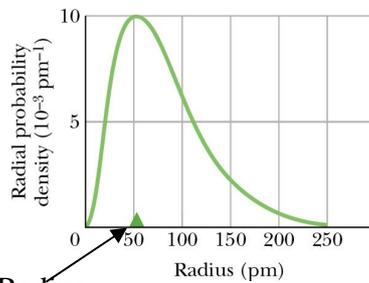
Grundzustand $\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^{3/2}}} e^{-r/a}$ $n = 1$

Bohrscher Radius $a = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2} = 5,29 \cdot 10^{-11} m = 52,9 pm$

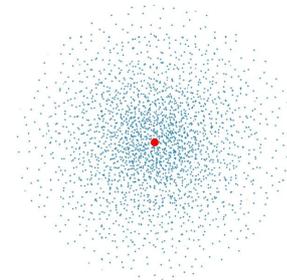
Interpretation $P(r)dV = \psi^2(r)dV$ Wahrscheinlichkeit das Teilchen im Abstand r vom Kern im Volumen dV nachzuweisen

=> Radiale Dichte $P(r)$ ungleich WS-Dichte

=> $P(r) = \frac{4}{a^3} e^{-2r/a} r^2$ $\psi^2(r) = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a}$



Bohrscher Radius



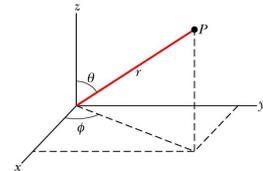
Elektronenwolke statt Bahn,

Angeregte Zustände

Das Atom ist ein kugelsymmetrisches Problem, so dass man zu Kugelkoordinaten übergeht

Ortsvektor $\vec{r}(x, y, z) \Rightarrow \vec{r}(r, \theta, \phi)$

$\rho = \frac{2r}{a}$, $a =$ Bohrscher Radius



Wellenfunktion $\psi_{n,l,m}(\vec{r}) = -\sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}} \underbrace{\rho^l e^{-\frac{\rho}{2}} L_{n+l}^{2l+1}(\rho)}_{\text{Ortsanteil}} \underbrace{Y_{l,m}(\theta, \phi)}_{\text{Kugelwellenfunktion}}$

Quantenzahlen

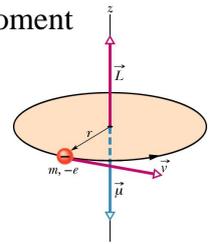
Name	Symbol	mögliche Werte	Bedeutung
Hauptquantenzahl	n	1, 2, 3, ...	Energie E_n , Abstand vom Kern
		K, L, M, ...	Name der Hauptschale
Bahndrehimpulsqu.	l	0, 1, 2, 3 ... (n-1)	Drehimpuls, Orbital
		s, p, d, f, g, ...	Name des Orbitals
magnet. Quantenzahl	m_l	$-l, -(l-1), \dots, +(l-1), +l$	Bahn-Orientierung bzgl. B_{extern}
Spin	m_s	$\pm 1/2$	Spin z-Komponente bzgl. Achse

Magnetisches Bahnmoment:

Elektron auf Kreisbahn um Kern => Kreisstrom erzeugt magnetisches Moment

$$\vec{L} = m\vec{r} \times \vec{v} \quad \text{Drehimpuls des Elektrons}$$

$$\vec{\mu}_L = \frac{-e}{2m} \vec{L} \quad \text{Bahnmoment des Elektrons}$$



Drehimpuls ist quantisiert, nimmt nur diskrete Werte an

$$|\vec{L}| = L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad l = 0, 1, 2, \dots (n-1)$$

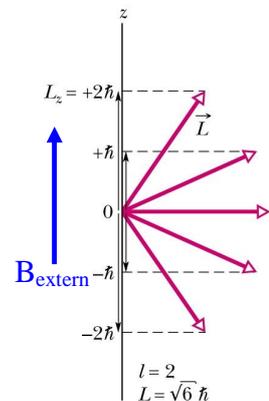
$$\mu_L = \frac{e}{2m} \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad \text{auch das magnetische Moment ist quantisiert}$$

Beachte: $\vec{L}, \vec{\mu}_L$ können nicht gemessen werden, nur ihre Ausrichtung zu einer Referenzachse, z.B. einem externen B-Feld in z-Richtung

$$\Rightarrow \mu_{L,z} = -m_l \mu_{Bohr} \quad \text{messbar}$$

$$\mu_{Bohr} = \frac{eh}{4\pi m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T} \quad \text{Bohrsches Magneton}$$

$$\Rightarrow L_z = m_l \hbar \quad m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm l$$



Magnetisches Spin-Moment

$s = 1/2$ Spinquantenzahl für alle Teilchen Elektron, Proton, Neutron

$m_s = \pm 1/2$ magnetische Spinquantenzahl, Ausrichtung \vec{S} bzgl. externer Achse

$$\vec{\mu}_S = \frac{-e}{m} \vec{S} \quad \text{magnetisches Moment, durch Spin erzeugt}$$

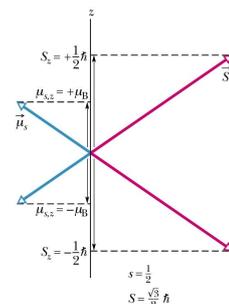
$$|\vec{S}| = S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)}\hbar = 0,87\hbar$$

Nur die Projektion des Spinmomentes bzgl. einer externen Achse kann gemessen werden

$$S_z = m_s \hbar$$

$$\mu_{S,z} = -2m_s \mu_{Bohr}$$

$m_s = \pm 1/2$ Spin up / down



Kernspinresonanz

Betrachte nicht Elektronen der Atomhülle, sondern Protonen oder Neutronen im Atomkern

Kernspin	$S_K = S_P + S_N$	Spins der Protonen, Neutronen	
Magn. Moment	μ_K	z-Komponente auf B-Feld	
2 Einstellung	$\uparrow\downarrow$	zum externen B-Feld	
Energie	$E = \pm\mu_K B$	im externen B-Feld	
Spin-Flip (Umklopp)	$\Delta E = 2\mu_K B$	kostet Energie ΔE	
	\Rightarrow	$hf = 2\mu_K B$	Absorption elektromagnetischer Strahlung
Kernspinresonanz		Messung der Spin-Flip Energie $\Delta E = hf$	

Röntgenstrahlung

Grenzwellenlänge	$\lambda_{gr} = \frac{hc}{eU}$	U: Beschleunigungsspannung
Mosley-Gesetz	$E_n = -13,6eV \frac{(Z-S)^2}{n^2}$	Z: Kernladungszahl, S: Abschirmfaktor

Festkörperphysik

Kristallgitter

Translation Ein unendlich großer Kristall geht in sich selbst über, wenn Verschiebung um

$$\vec{T} = m_1 \vec{a} + m_2 \vec{b} + m_3 \vec{c}$$

Gitterebenen definiert durch drei nicht auf einer Gerade liegende Atome (Gitterpunkte), d.h.

durch Schnittpunkte S_j zwischen Ebene / Kristallachsen $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$

$$S_1 : m_1 \vec{a}, S_2 : m_2 \vec{b}, S_3 : m_3 \vec{c}$$

Miller-Indizes: (h, k, l)

Jedes Tripel definiert parallele Netzebenenschar. Berechnung durch Multiplikation der Werte $1/m$ mit p , so dass teilerfremde, ganze Zahlen entstehen

$$h = \frac{p}{m_1}, k = \frac{p}{m_2}, l = \frac{p}{m_3}$$

Netzebenenabstand: $\Delta_a = \frac{a}{h}, \Delta_b = \frac{b}{k}, \Delta_c = \frac{c}{l}$

Reziprokes Gitter: zur Strukturbestimmung von Kristallen aus Röntgenbeugungsexperimenten benötigt man das reziproke Gitter

$$\vec{a}^* = \frac{2\pi}{V_E} (\vec{b} \times \vec{c}) \quad \text{mit } V_E = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) \quad \text{Volumen der Einheitszelle}$$

$$\vec{b}^* = \frac{2\pi}{V_E} (\vec{c} \times \vec{a}) \quad \text{Die Einheit } [\vec{a}] = m, [\vec{a}^*] = 1/m$$

$$\vec{c}^* = \frac{2\pi}{V_E} (\vec{a} \times \vec{b})$$

Realer Gittervektor $\vec{T} = m_1 \vec{a} + m_2 \vec{b} + m_3 \vec{c}$

Reziproker Gittervektor $\vec{G}^* = h \cdot \vec{a}^* + k \cdot \vec{b}^* + l \cdot \vec{c}^*$ siehe 1.4: $h = p/m_1, \dots$

Steht senkrecht auf Gitterebene (hkl)

$$|\vec{G}^*| = \frac{2\pi}{d_{hkl}} \quad d_{hkl} = \text{Abstand der Gitterebenen } (hkl)$$

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{(h/a)^2 + (k/b)^2 + (l/c)^2}}$$

Bragg-Streuung: $m\lambda = 2d_{hkl} \sin \theta$

θ bezieht sich auf Kristallebene, Kristalloberfläche ist nur zu einer Ebenenschar parallel

Freies Elektronengas

Zustandsdichte $D(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$

Fermienergie E_F Energie des höchsten besetzten Zustandes

Gesamtenergie $E_{total} = \int_0^{E_F} E \cdot n(E) dE$ mit $n(E) = 2D(E)$ (Spinentartung)

$$E_{total} = \frac{3}{5} N \cdot E_F \quad \text{für alle Elektronen}$$

Fermi-Funktion $f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}$

Halbleiter

Elektronendichte im LB $n_e(E) = n_0 e^{\frac{-(E_L - E_F)}{kT}}$, $n_0 = 2 \left(\frac{m_e^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$

Löcherdichte im VB $n_p(E) = p_0 e^{\frac{-(E_F - E_V)}{kT}}$, $p_0 = 2 \left(\frac{m_p^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$

Deutung: p_0, n_0 = Dichte der Zustände in VB, LB, m^* : effektive Masse

Fermienergie $E_F = \frac{E_L + E_V}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{p_0}{n_0} \right) \approx \frac{E_L + E_V}{2}$

Leitfähigkeit $\sigma = X(T) \cdot e^{\frac{-E_g}{2kT}}$, $X(T)$ leicht temperaturabhängig

Dotierter HL

Elektronendichte im LB $n = n_D^+ = \frac{N_D}{2e^{(E_F - E_D)/kT} + 1}$, N_D = Donatordichte

Fermienergie $E_F = \frac{E_D + E_L}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left(\frac{N_D}{n_0} \right)$

Stromdichte der pn-Diode $j = j_s \left(e^{\frac{eU_{ex}}{kT}} - 1 \right)$, j_s : Sperrstromdichte

LED $E_g \approx hf$ Energie der emittierten Photonen

Kernphysik

Kernaufbau

Protonenzahl Z: Kernladung $Z \cdot e$, Ordnungszahl

Neutronenzahl N (neutral)

Massezahl: $A = Z + N$

Bezeichnung: ${}^A_Z X$ Element: X, gegeben durch Z

Isotope: Elemente mit verschiedenem N, $A = N + Z$ (gleiches Z, chemisch gleich)

Radius: $r \approx r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1,2 \text{ fm} = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$

Kernmasse $m_p = 1,0073 \text{ u}$ Proton

$m_n = 1,0087 \text{ u}$ Neutron

$1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 1/12 der Atommasse von ${}^{12}\text{C}$

Zusammenhang Masse m und Energie E

Energie: $E = mc^2, \Delta E = \Delta mc^2$

Bindungsenergie $\Delta E_B = \sum mc^2 - Mc^2$

M: Kernmasse, m = u: Nukleonenmasse

$$\Delta E_{BN} = \frac{\Delta E_B}{A} \quad \text{Bindungsenergie pro Nukleon}$$

Zerfallsgesetz

Aktive Atome $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ N_0 : Teilchenzahl zu Beginn bei t = 0

Zerfallskonstante λ

Zerfallsrate $R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$

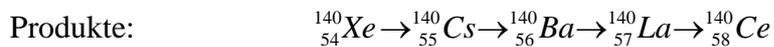
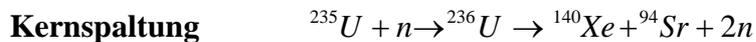
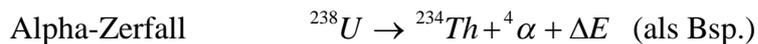
Aktivität: 1 Bequerel = 1Bq = 1 Zerfall pro Sekunde

1 Curie = 1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq

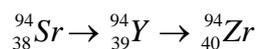
Halbwertszeit $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ Zerfallsrate auf 1/2 abgefallen

Lebensdauer $\tau = \frac{1}{\lambda}$ $e^{-1} R_0 = R_0 e^{-\lambda \tau}$ auf 1/e abgefallen

Zerfallsprozesse



$T_{1/2}$ 14s => 64s => 13d => 40h => stabil



$T_{1/2}$ 75s => 19min => stabil