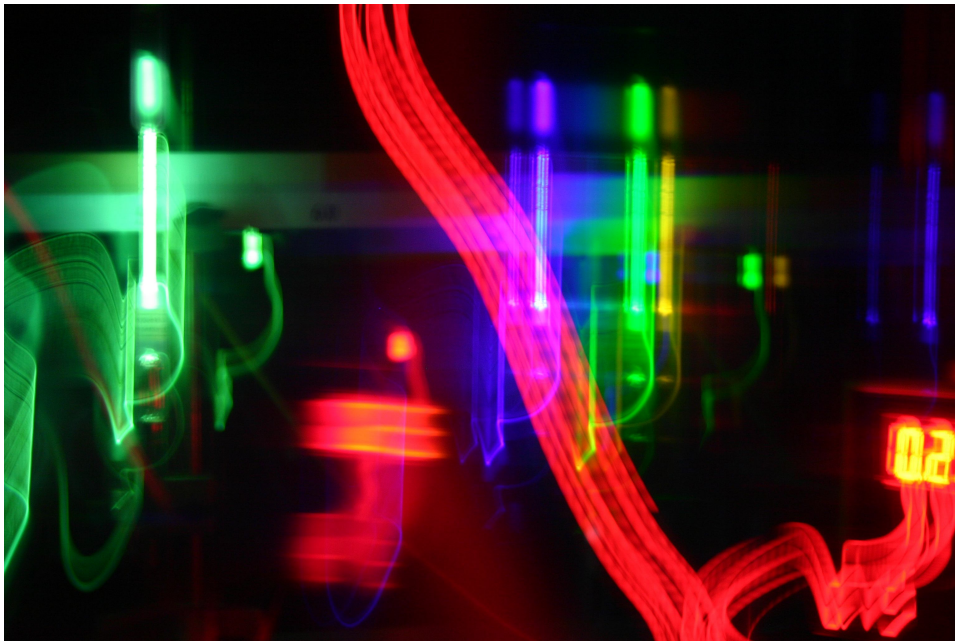


# Physik II

Bachelorstudiengang Physikalische Technik Biomedizintechnik & Lasertechnik  
Wirtschaftsingenieurwesen Physikalische Technik (Teil II)  
Technische Orthopädie (Teil II)

**Prof. Dr. Hans-Christoph Mertins**



Die Veranstaltung Physik II besteht aus dem Zusammenspiel der folgenden Komponenten:

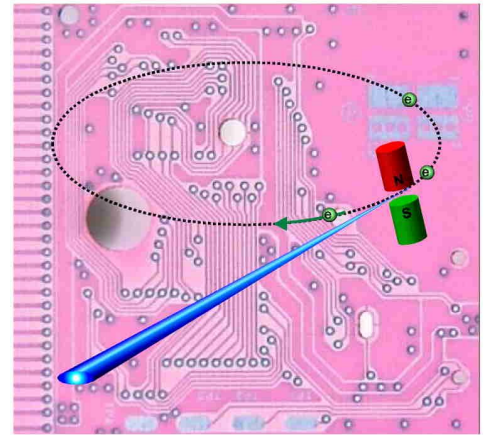
**Vorlesung:** hier hören Sie die Grundlagen der Physik und lernen an Schauexperimenten die wichtigsten Effekte kennen. Dieses Script stellt den Stoff der Vorlesung dar, wobei die Beispielaufgaben in der Vorlesung vorgerechnet und von Ihnen nachgetragen werden müssen. Das Script ersetzt nicht den Besuch der Vorlesung, sondern soll Ihnen die Mitschrift ersparen. Die Vorlesung orientiert sich an den Büchern „Physik“ von Haliday, Resnick, Walker, VCH-Viley und „Prüfungstrainer Experimentalphysik“ von Mertins, Gilbert, Spektrum Akademischer Verlag Elsevier. Jeder Abschnitt der Vorlesung wird durch das entsprechende Kapitel des Buches „Prüfungstrainer Experimentalphysik“ noch einmal in Volltext zusammengefasst und anhand der Prüfungsfragen können Sie Ihr aktuelles Wissen schon während des Semesters und nicht erst vor der Prüfung testen.

**Übung & Hausaufgaben:** in den Übungen, den Tutorien und den wöchentlichen Hausaufgaben lernen Sie die Theorie in die Praxis umzusetzen und berechnen konkrete Anwendungen .

**Praktikum:** hier lernen Sie, wie das theoretische Wissen an Messgeräten und Maschinen im späteren Berufsalltag zum Tragen kommt.

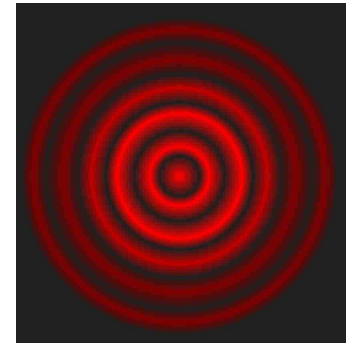
## Elektrostatik & Dynamik

- 4) Elektrisches Potenzial
- 5) Kapazität
- 6) Strom & Widerstand
- 7) Magnetfelder
- 8) Magnetfelder von Strömen
- 9) Induktion
- 10) Magnetisierte Materie
- 11) Wechselstrom & Schwingkreis



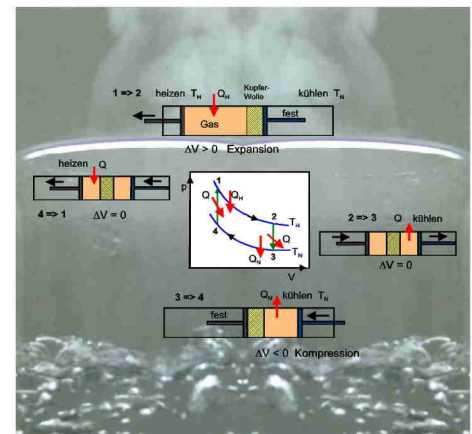
## Optik

- 1) Elektromagnetische Wellen
- 2) Polarisation
- 3) Brechung & Reflexion (geometrische Optik)
- 4) Optische Abbildung & Geräte
- 5) Interferenz



## Thermodynamik

- 1) Temperatur und Energie
- 2) Kinetische Gastheorie
- 3) Wärme & Arbeit
- 4) Aggregatzustände
- 5) Entropie und Wärme
- 6) Wärmekraftmaschinen
- 7) Entropie und Wahrscheinlichkeit
- 8) Wärmetransport



## Elektrostatik & Dynamik

Die ersten vier Kapitel der Elektrostatik und Dynamik sind im ersten Semester behandelt worden. Hier geht es nach einer Wiederholung von Kapitel vier weiter, gemeinsam für alle Bachelor-Studienrichtungen am FB Physikalische Technik.

### 4. Elektrische Spannung & Potenzial

#### 4.1 Mechanische Verschiebe-Arbeit

Masse  $m$  soll auf einen Berg gebracht werden

Bewegung durch Gravitationsfeld

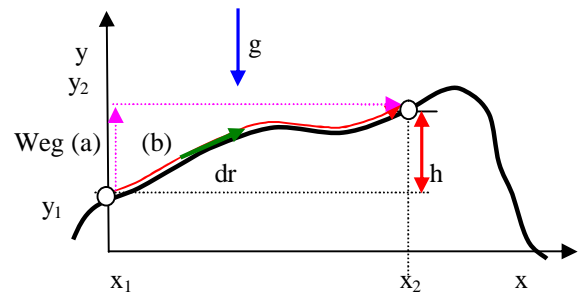
$$\text{Arbeit} \quad W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = m \int_{r_1}^{r_2} \vec{g} \cdot d\vec{r}$$

Linienintegral längs eines Weges von  $r_1$  nach  $r_2$

$$\vec{g} = (0, g), \quad d\vec{r} = (dx, dy)$$

$$\vec{g} \cdot d\vec{r} = 0 \cdot dx + g \cdot dy = g \, dy$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{W = mg(y_2 - y_1) = mgh}} \quad \text{nur Streckenanteil parallel zu } g \text{ ist relevant}$$



Potenzial  $y$  (Höhe)

Potenzialdifferenz  $h = y_2 - y_1$  ist proportional zur Arbeit !

Äquipotenziallinien: Höhenlinien,  $y = \text{konstant}$

FOLIE: HÖHENLINIEN

Arbeit ist unabh. vom Weg, gleiche Arbeit für Wege a), b),

abh. nur von Höhendifferenz ( $y_2 - y_1$ ), also Differenz in  $g$ -Richtung

$\Rightarrow$  Kraftfeld ist konservativ

pot. Energie  $E_{\text{pot}} = mgh$  Energie der Masse, gewonnen durch Anheben im  $g$ -Feld

#### 4.2 Elektrische Verschiebe-Arbeit

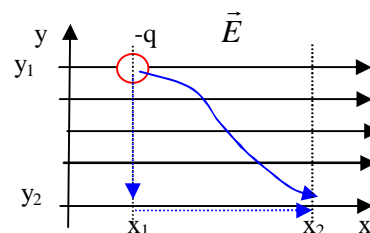
Ladung  $q$  wird durch ein elektrisches Feld bewegt

$$\text{Arbeit} \quad W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} = (E, 0), \quad d\vec{r} = (dx, dy)$$

Nur Anteil  $E$  parallel zu  $dx$  ist relevant

$$\Rightarrow \quad W = qE(x_2 - x_1)$$



Arbeit ist unabh. vom Weg, gleiche Arbeit für Wege a) , b),  
 nur abh. von Streckendifferenz  $(x_2 - x_1)$  parallel zum  $\vec{E}$  -Feld  
 pot. Energie  $E_{el} = W$ , Energie der Ladung, gewonnen durch Verschieben im E-Kraftfeld

### 4.3 Elektrische Spannung

Ziel: Berechnung der Arbeit beim Bewegen einer Ladung  $q$  im E-Feld

$$W = \int_{r_1}^{r_2} q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Zweckmäßig: Trennung von Ladung  $q$  und Eigenschaft des Feldes  $\int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$

Definiere Potenzialdifferenz zwischen den Punkten  $r_1$  und  $r_2$ :

$$\Phi(r_2) - \Phi(r_1) = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Definiere Spannung als Potenzialdifferenz zwischen 2 Punkten

$$\underline{U = \Phi(r_2) - \Phi(r_1)}, \quad [U] = \text{Volt} = \text{J/C}$$

**Arbeit**  $\underline{W = qU}$  (daher die Einheit der Spannung J/C)

- unabhängig vom Weg
- nur abh. von Spannung  $U$  zwischen Punkten  $r_1$  und  $r_2$
- Spannung  $U$  spielt für E-Feld gleiche Rolle wie Höhe  $h$  im g-Feld
- es ist meist einfacher mit Spannung  $U$  als mit E-Feld (Vektor) zu rechnen

**beachte:** nur Spannung zwischen zwei Punkten macht Sinn

#### 4.4.1 Elektrisches Potenzial

Generell gilt: wenn Arbeit im Kraftfeld wegunabhängig ist, dann:

=> Kraftfeld ist konservativ, d.h. Energieerhaltung gilt

=> Potenzial existiert

$$\underline{\underline{\Phi(\vec{r}) = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}}}$$

a) Elektr. Potenzial ist Eigenschaft des E-Feldes unabh., ob Probeladung existiert oder nicht

b)  $E_{el} = qU$  Elektr. potenzielle Energie ist Energie eines geladenen Teilchens, das sich im E-Feld befindet.

c) Referenzmarke  $\Phi(r = \infty) = 0$ , wie Meeresspiegel  $h = 0$  gesetzt

### 4.4.2 Äquipotenzialflächen

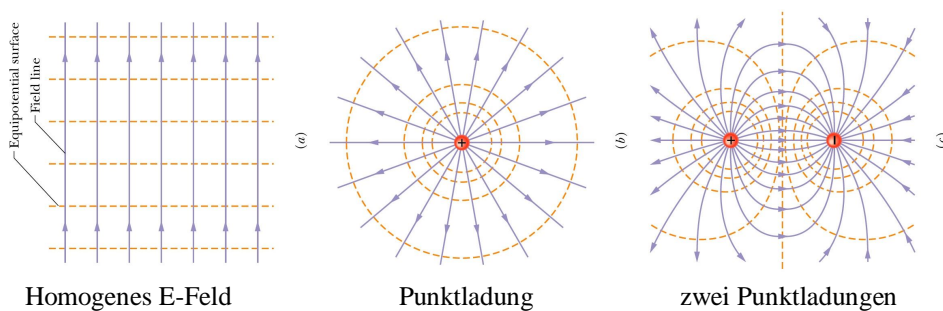
wie kann man eine Ladung  $q$  durch ein E-Feld bewegen, ohne dass sie Energie gewinnt oder verliert, bzw. ohne Arbeit an ihr zu verrichten?

$$\text{Arbeit} \quad W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} q\vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \quad \Rightarrow \text{Weg } d\vec{r} \text{ muss senkrecht auf } \vec{E} \text{ sein}$$

$$\Leftrightarrow \quad W = q(\Phi(r_2) - \Phi(r_1)) = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Potential } \Phi(\vec{r}) = \text{konstant}$$

Äquipotenzialflächen sind

- Flächen im Raum mit konstantem Potential  $\Phi(\mathbf{r})$
- stehen immer senkrecht auf dem E-Feld
- je dichter sie liegen, desto größer ist das E-Feld



**Exp.** Elektrolytischer Trog / Folie, Äquipot-Linien zeichnen

**Vergleich mit Gravitationsfeld:**

FOLIE ZEIGEN

$$\text{Arbeit} \quad W = 0$$

$$\Rightarrow \text{Weg } d\vec{x} \text{ muss senkrecht auf } \vec{g} \text{ sein}$$

$$\Rightarrow E_{\text{pot}} = mgh = \text{konstant} \Rightarrow h = \text{konstant}$$

Eine Äquipotenzialfläche hat an allen Punkten die gleiche Höhe  $h$ ,

Höhenlinien sind Schnittlinien des Berges mit der horizontalen Fläche

### 4.5 Berechnung des E-Feldes aus Potenzial $\Phi(\mathbf{r})$

wenn 3-dim. Potenzial bekannt, dann kann man Äquipotenzialflächen zeichnen und senkrecht dazu das E-Feld eintragen. Welchen Betrag hat aber das E-Feld?

$$\text{Potential} \quad \Phi(\vec{r}) = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}, \quad \vec{r} = (x, y, z) \quad (\text{Pot. aus Integration über E})$$

$$\text{E-Feld} \quad E_x = -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\Phi(x, y, z)}{\partial z} \quad (\text{Ableitung})$$

$$\underline{\underline{\vec{E} = -\text{grad } \Phi}}$$

E-Feld ist die räumliche Änderungsrate des Potentials  
 zeigt in Richtung der stärksten Änderung des Potentials

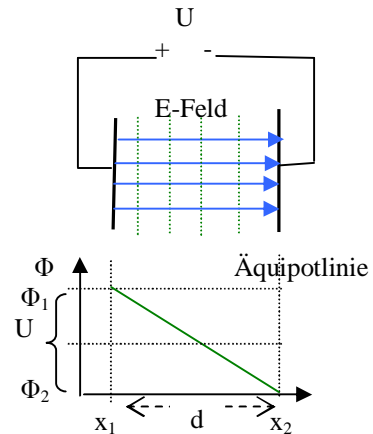
Vergleich Mechanik (FOLIE)

Die Kraft / Beschleunigung ist  $\vec{g}$  mal Änderungsrate der Höhenlinien = Gefälle am Berghang. Ein Ball rollt in die Richtung der stärksten Potenzialänderung.

**Bsp.** Plattenkondensator, Spannung U, Abstand d

$$E = \frac{d\Phi}{dx} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{x_2 - x_1} = \frac{U}{d}$$

$q^+$  von  $r_2$  nach  $r_1$  bringen kostet Arbeit  
 $q^+$  bei  $r_1$  los lassen: pot Energie wird frei



### 4.6 Potenzial einer Punktladung

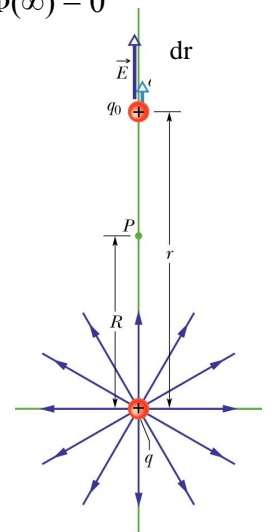
betrachte Punkt P im Abstand R von der Punktladung, gesucht  $\Phi(R)$  bezogen auf  $\Phi(\infty) = 0$

$$\Phi(\vec{R}) = -\int_R^\infty \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

E-Feld ist konservativ

=> Weg beliebig, wähle gerade Linie, radial von Punktladung weg

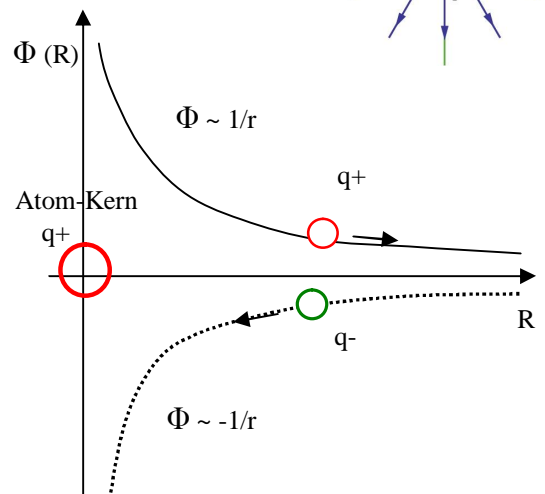
$$\Rightarrow \Phi(\vec{r}) = -\int_R^\infty E dr \quad \text{denn } E \text{ immer parallel zu } dr, \cos\theta = 1$$



E-Feld einer Punktladung

$$\Phi(\infty) - \Phi(R) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{1}{r^2} dr = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{r} \right]_R^\infty$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\Phi(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R}}} \quad \Phi(\infty) = 0$$



### 4.7 Potenzial eines (isolierten) Leiters

- a) Eine Überschussladung verteilt sich auf einem Leiter gleichmäßig über die Oberfläche.
- b) Alle Punkte auf dem Körper und auch in seinem Inneren haben gleiches Potenzial.

**Bew.** Wenn Ladung gleichmäßig verteilt ist, wirken keine elektrischen Kräfte, also  $E = 0$

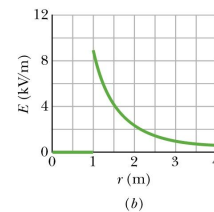
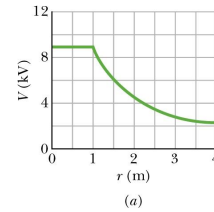
$$\Rightarrow \Phi_2 - \Phi_1 = - \int_{x_1}^{x_2} \vec{E} \cdot d\vec{x} = 0 \text{ also } \Phi_1 = \Phi_2 \text{ für alle Orte } x$$

**Bsp.** Metallkugel mit  $r = 1 \text{ m}$ ,  $q = 10^{-6} \text{ C}$

$$\Rightarrow \Phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \text{ außerhalb der Kugel}$$

innerhalb der Kugel:  $\Phi = \text{konstant}$

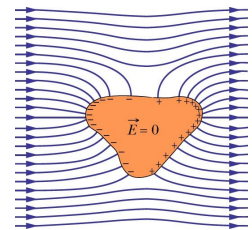
$$\Rightarrow E = - \frac{d\Phi}{dr} \quad E = 0 \text{ innerhalb der Kugel, da } \Phi = \text{konst.}$$



#### 4.7.1 Faraday Käfig (Abschirmung)

Prinzip: neutraler Leiter wird in ein E-Feld gebracht

das äußere E-Feld verschiebt die Ladung (Influenz) so, dass ein Gegenfeld im Inneren herrscht, das das äußere Feld kompensiert.



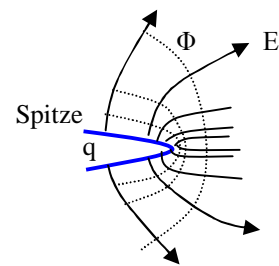
- Exp.** Funksender, Handy telefonieren lassen und in Käfig abschirmen
- Funksender bringt Neonröhre zum Leuchten, abschirmen
- Faraday-Cup, Elektrometer beladen FOLIE

#### 4.7.2 E-Felder an Spitzen

An Metall-Spitzen bilden sich hohe elektrische Feldstärken,

$$E = - \frac{d\Phi}{dr} \quad \text{Radius } r \text{ der Spitze klein machen}$$

- $\Rightarrow$  Entladungserscheinungen in Luft (Mast eines Segelschiffs, bei Gewitteranzug)
- $\Rightarrow$  Feldemissionsmikroskop, Elektronen können leichter austreten, (quantenmechanisches Tunnelpotential wird gesenkt)



**Exp.** Überschlag an Spitze - Platte, an Kugel – Platte

FOLIE Flachbildschirm  
Plasma in Medizintechnik



## 5 Kapazität

Mechanische Energie lässt sich speichern durch Federkompression, Gasdruck, Anheben von Masse im Gravitationsfeld. Elektrische Energie lässt sich durch Laden eines Kondensators speichern. Im Computer speichern Mikrocondensatoren Information in Form von Ladung.

**Exp.** Blitzlampe zünden als Motivation für Kondensator

### 5.1 Kondensator

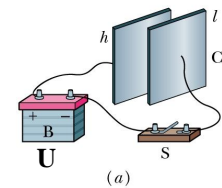
Definition: Ein Kondensator besitzt zwei voneinander isolierte Leiter beliebiger Form.

Zeichen:  $\left| \text{---} \right| \left| \text{---} \right|$  (Ursprung Plattenkondensator)

Ladung:  $q+$ ,  $q-$  betragsmäßig gleich, befindet sich je auf den beiden Platten

Spannung:  $U$  zwischen den Platten

**Kapazität:**  $C = \frac{q}{U}$  [C] = F = C/V Farad (Faraday)



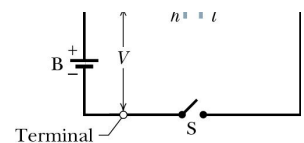
Maß für Fassungsvermögen der Ladung  $q$  bei gegebenem Spannung zwischen Platten. Kapazität ist nur abh. von der Bauform des Kondensators

### Laden des Kondensators

- Batteriespannung  $U$  erzeugt E-Feld entlang der Drähte

- E-Feld erzeugt elektr. Kraft  $F = qE$ ,

- Kraft bringt die Ladung  $q+$ ,  $q-$  auf die Platten, bis im Leiter  $E = 0$  (Gleichgewicht) (b)



### Unterschied: Kondensator / Batterie

Batterie hält Spannung aufrecht wenn Strom fließt, elektrochem. Prozess wie Pumpe

Kondensator lässt die gespeicherte Ladung fließen, Spannung fällt dann auf  $U = 0$

### 5.2 Kapazitätsberechnung

immer gleiches Schema:

1) Ladung  $q$  auf dem Kondensator bestimmen

2) Mit Gaußschem Satz das von  $q$  erzeugte E-Feld zwischen den Platten berechnen

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q \quad \text{wähle Fläche so, dass } \vec{E} \text{ parallel zu } d\vec{A} \text{ und E-Feld homogen}$$

$$\Rightarrow q = \epsilon_0 EA \quad A = \text{Anteil der Fläche, der vom E-Feld-Fluss durchsetzt wird}$$

3) Potentialdifferenz  $U = \Phi_2 - \Phi_1$  aus  $E$  berechnen



$$U = - \int_{x1}^{x2} \vec{E} \cdot d\vec{x} \quad \text{wähle Weg von neg. zu pos. Platte so, dass } \vec{E} \text{ parallel zu } d\vec{x}$$

4) Kapazität bestimmen  $C = q/U$

### 5.2.1 Plattenkondensator

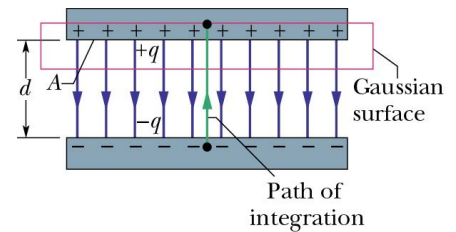
homogenes E-Feld zwischen den Platten

Gauß'sche Fläche umschließt pos. Platte

$$\Rightarrow q = \epsilon_0 E A \quad A \text{ Plattenfläche}$$

$$U = \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{x} = E \int_0^d dx = Ed \quad (E = \text{konstant da homogen})$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d}}} \quad \text{nur abh. von Bauart, d.h. } A/d$$



**Exp.** 1) Plattenkondensator mit variablem Plattenabstand  $d$  ( $U=q/C=qd/\epsilon_0 A \Rightarrow U \sim d$ )

2) Drehkondensator mit variabler Fläche  $A$

3) Zylinderkondensator aus Alu / Kunststoffolie selbst rollen, Prinzip zeigen

4) Kapazitive Schalter einer PC-Tastatur

### 5.3 Schaltung von Kondensatoren

zum freiwilligen Üben nach Halliday oder warten bis Thema im 3. Semester Elektrotechnik

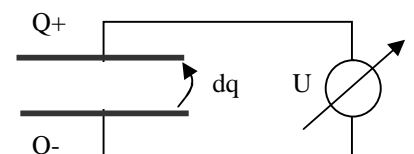
### 5.4.1 Energie des E-Feldes

Wird ein ungeladener Kondensator aufgeladen, so muss dazu Ladung in kleinen Portionen von einer Platte zur anderen wandern, wobei sich ein E-Feld aufbaut, gegen das der Ladungstransfer statt findet. Mit wachsender Ladung wächst auch die Gegenkraft. Die geleistete Arbeit wird als potenzielle Energie gespeichert und kann in einer Entladung abgerufen werden.

Ladungselement  $dq$  Gesamtladung  $Q = \int dq$

Arbeit pro Element  $dW = Udq = \frac{q}{C} dq$

Gesamtarbeit  $W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$



$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{E_{el} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}}} \quad \text{gespeicherte potenzielle Energie}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{E_{el} = \frac{1}{2} CU^2}} \quad \text{mit } C=Q/U$$

**Exp.** Blitzlampe, Ziel: kurze Entladungszeit im ms-Bereich, Fotos schneller Objekte  
Kondensator laden und über Lamettafaden entladen

**Bsp.** Elektroschocktherapie im Krankenwagen ohne Anschluss ans Stromnetz: im Kondensator gespeicherte Energie fließt durch die Brust von Elektrode zu Elektrode.

$$C = 70 \mu\text{F}, \text{ Aufgeladen mit } U = 5000 \text{ V} \Rightarrow$$

### 5.4.2 Energiedichte

Wo steckt die Energie, d.h. wer hat sie gespeichert? Betrachte 2 geladene, getrennte Platten der Fläche A und Abstand d mit dem Zwischenraum  $V = Ad$

$$\text{Energiedichte } \rho_{el} = \frac{Eel}{V} = \frac{1/2 CU^2}{dA}$$

$$\Rightarrow \quad \rho_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left( \frac{U}{d} \right)^2 \quad \text{mit } C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

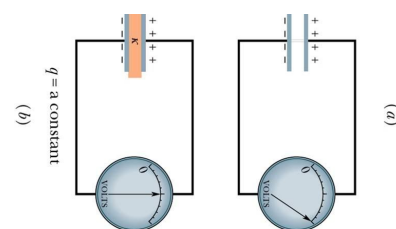
$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\rho_{el} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2}}$$

„Die elektrische potenzielle Energie eines geladenen Kondensators ist im E-Feld zwischen den Platten gespeichert.“

$\Rightarrow$  deshalb existieren elektromagnetische Wellen (Licht), Energie breitet sich im Raum aus, Materie als Energieträger ist nicht nötig, das Feld selbst trägt die Energie.

### 5.5.1 Dielektrika

**Exp.** Plattenkondensator mit Q aufladen und Spannung U messen  
Spannungsquelle abtrennen, Q = konstant  
Dielektrische Platte einbringen, Spannung fällt



=>  $U = Q/C$  => Kapazität muss vergrößert worden sein

=>  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \epsilon$

=>  $\epsilon = C / C_{vac}$   $\epsilon$ : Dielektrizitätskonstante des Materials

=> Ist der Kondensators vollständig mit dem Dielektrikum gefüllt (isolierendes Material), so muss in allen elektrostatischen Gleichungen  $\epsilon_0$  durch  $\epsilon_0 \epsilon$  ersetzt werden.

i) Dielektrikum schwächt das E-Feld

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{Q}{r^2}$$

ii) Dielektrikum schwächt die potentielle, gespeicherte elektrische Energie, falls  $Q = \text{konstant}$

$$E_{el} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{Q^2}{2C} \quad \text{also wenn Spannungsquelle abgeklemmt}$$

Wo bleibt die Energie? => mechanische Energie, Dielektrikum wird in Kondensator gezogen.

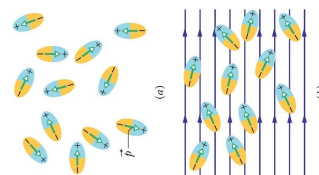
**Exp.** dielektrische Flüssigkeit wird zwischen Kondensatorplatten gezogen

- Deutung:
- 1) System minimiert Energie  $E_{el} = Q^2/2C$ , also wenn  $Q = \text{konst.}$  muss  $C$  steigen
  - 2) Polarisation des Dielektrikums, Ladungen werden vom E-Feld angezogen

### 5.5.2 Polarisation der Dielektrika

**A) Polare Dielektrika:** permanente Dipolmomente werden im E-Feld ausgerichtet.  
E-Feld wirkt der Unordnung durch die Wärmebewegung der Dipole entgegen.

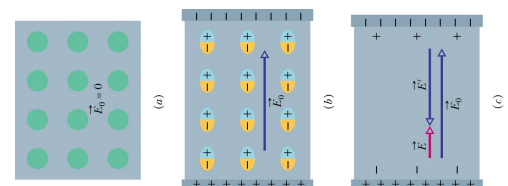
**Exp.** Ablenkung des Wasserstrahls durch Ladung,  
Dipol: H<sub>2</sub>O-Molekül



**B) Unpolare Dielektrika:** Dipolmomente werden durch externes E-Feld induziert (Influenz) und ausgerichtet. Sie verschwinden mit dem externen E-Feld wieder

Wirkung:

- Dipolfeld  $E_{in}$  ist dem Kondensatorfeld  $E_0$  entgegengerichtet
- Gesamtfeld  $E = E_0 - E_{in}$  ist kleiner
- Oberflächenladungen werden induziert (Influenz).



**Energiedichte:**

Wird der Kondensator (mit Dielektrikum) durch anliegende Spannung aufgeladen, so speichert er um Faktor  $\epsilon$  mehr Energie:

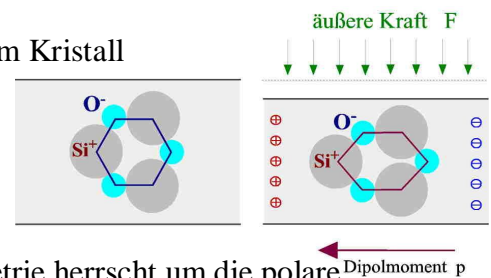
$$\underline{\underline{\rho_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2}}$$

- Energieanteile:      a) Feldenergie des Kondensators  
                              b) Polarisationsenergie der Dipole

**5.5.4 Piezoeffekt**

E-Feld anlegen      => Ladungs- & Atomverschiebung im Kristall

⇔      Atome verschieben => E-Feld entsteht



Materialien: Isolatoren mit einer polaren Kristallachse. Symmetrie herrscht um die polare Achse, aber Achsrichtung nicht umkehrbar, denn E-Feld zeigt in Achsrichtung. (Quarz, Bariumtitanat, Perowskite, Ferroelektrika)

Funktion: Stauchung / Dehnung des Kristalls in Achsrichtung ändert das E-Feld

⇔ Spannung in Kristallachsenrichtung anlegen und Kristall staucht / dehnt sich

$$E = \delta \frac{\Delta x}{x}, \text{ oder } U = \delta \Delta x, \quad \delta \sim 10^{10} \text{ V/m} \quad \text{piezoelektrischer Koeffizient}$$

Anwendung: Schwingquarz in Resonanz, Quarzuhr, Ultraschallsender,  
 Justage im Nanometerbereich, Montage von Molekülen prinzipiell möglich  
 Raster-Mikroskop mit atomarer Auflösung

**Exp.** Piezoeffekt: durch Verstellen des Spiegels Laserstrahl ablenken

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.2, Fragen 4.2.1 – 4.2.8

## 6 Elektrischer Strom

### 6.1.1 Strom

Strom I ist der effektiver Ladungstransport q in einer Zeit t durch eine Fläche A

Strom 
$$I = \frac{dq}{dt} \quad [I] = C/s = A \quad (\text{Ampere})$$

Ladung 
$$Q = \int_0^t dq = \int_0^t Idt$$

Technische Stromrichtung: von Plus nach Minus (beachte: e- laufen entgegengesetzt)

Strom:: Elektronenstrahl in Fernsehöhre, Strom im Kupferdraht

Kein Strom: ungeordnete (Brownsche) Bewegung der e im Draht (kein Netto-Ladungsfluß)

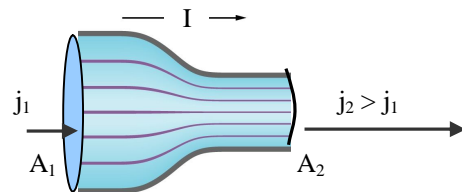
### 6.1.2 Stromdichte

Strom I pro durchflossene Fläche A

$$j = \frac{I}{A}, \quad \vec{j} \parallel \vec{v} \quad \text{Geschwindigkeitsrichtung des Ladungsflusses}$$

$$I = \int \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

Querschnittsverengung: Strom I bleibt aber  
Stromliniendichte j steigt



### 6.1.3 Driftgeschwindigkeit

betrachte Ladungsträger im Kupferdraht:

a) rein thermische (Brownsche) Bewegung:  $v_{th} \sim 10^6$  m/s, aber  $I = 0$  da ungeordnet

b) E-Feld beschleunigt Ladung  $v_D \sim 10^{-4}$  m/s Driftgeschwindigkeit (220 V)

Analogie: Mückenschwarm wird von Wind mit  $v_D$  langsam getrieben, Mücke fliegt mit  $v_{Dh}$

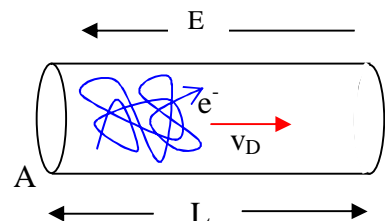
Frage: Warum ist trotz  $v_D \sim 10^{-4}$  m/s die hohe Informationsübertragung (Telefon) so schnell?

Lsg. Ausbreitung einer elektromagn. Welle mit  $c = 3 \times 10^8$  m/s

$q = (nAL)e$  Ladung im Abschnitt der Länge L, Fläche A, Ladungsträgerdichte n

$t = L/v_D$  Driftzeit durch Leiter

$$I = \frac{q}{t} = \frac{nALe}{L/v_D} = nAev_D \quad \text{Strom durch Leiter}$$



$$\Rightarrow j = \frac{I}{A} = e \underbrace{n}_{\text{Ladungsträgerdichte}} \cdot \underbrace{v_D}_{\text{Driftgeschw.}} \quad \text{Stromdichte}$$

wovon hängt  $v_D$  ab?

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \quad \text{Beschleunigung}$$

$$v_D = a\tau = \frac{eE}{m} \tau \quad \tau: \text{Zeit zwischen Stößen der Elektronen}$$

Guter elektrischer Leiter wenn  $j$  groß bei gegebenem E-Feld:

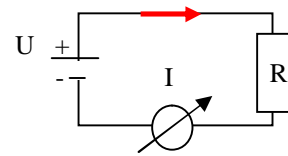
- hohe Ladungsträgerdichte  $n$
- Große Zeit  $\tau$  zwischen Ladungsträgerstößen
- Kleine Ladungsträgermasse (im Festkörper  $m \neq m_{\text{Elektron}}$ , siehe Physik III)

### 6.2.1 Widerstand

Potenzialdifferenz  $U$  am Leiter erzeugt E-Feld und damit Strom  $I$ , Leiter bildet Widerstand  $R$

$$\underline{R = U / I} \quad [R] = V/A = \Omega \quad (\text{Ohm})$$

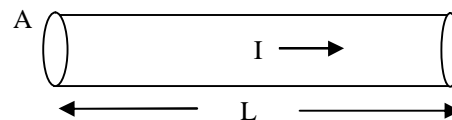
$$I = U / R \quad \text{hoher Widerstand drückt den Strom}$$



$R$  Widerstand eines bestimmten Bauteils

$\rho$  Spezifischer Widerstand als Materialeigenschaft

$$\underline{\underline{R = \rho \frac{L}{A}}}$$



$$\Rightarrow \rho = R \frac{A}{L} = \frac{U}{I} \frac{A}{L} = \frac{U/L}{I/A} = \frac{E}{j}, \quad [\rho] = \frac{V/m}{A/m^2} = \frac{V}{A} m = \Omega m$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\sigma = \frac{1}{\rho}}} \quad \text{Leitfähigkeit}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{j} = \sigma \vec{E}}} \quad (\text{aus } j = \frac{E}{\rho})$$

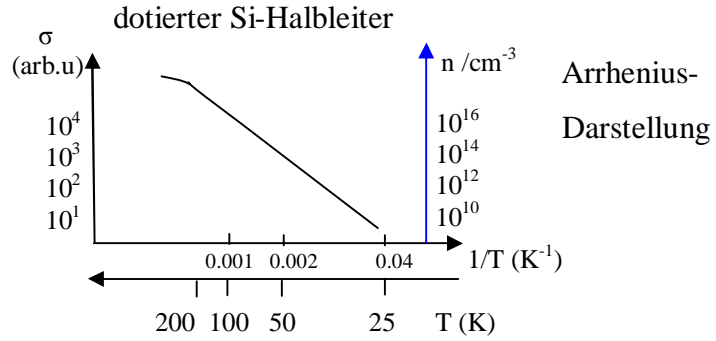
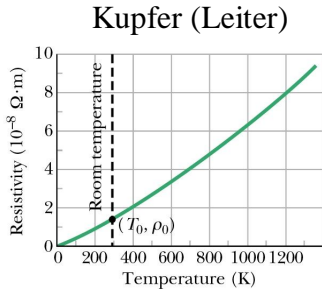
Material	Silber	Kupfer	Eisen	Si-p-dotiert	Si (rein)	Quarz
$\rho$ ( $\Omega m$ )	$1,62 \times 10^{-8}$	$1,69 \times 10^{-8}$	$9,68 \times 10^{-8}$	$2,8 \times 10^{-3}$	$2,5 \times 10^3$	$10^{16}$
	Leiter			Halbleiter		Isolator

### 6.2.2 Temperaturabhängigkeit des Widerstandes

**Leiter:** mit der Temperatur steigt die thermische Bewegung der Atome und damit die störende Streuung der Elektronen im Metall =>  $\rho$  steigt.

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T)$$

$$d\rho = \alpha dT \quad (\text{spezifischer Widerstand steigt nahezu linear mit } T)$$



**Halbleiter:** mit wachsender Temperatur werden mehr Ladungsträger freigesetzt

$$\Rightarrow \sigma = 1/\rho \sim n \text{ Leitfähigkeit steigt mit } T, \rho \sim 1/n \text{ fällt mit } T$$

Ladungsträgerdichte  $n = N \exp\left\{\frac{-W}{2kT}\right\}$      $N$  max. mögl. Dichte

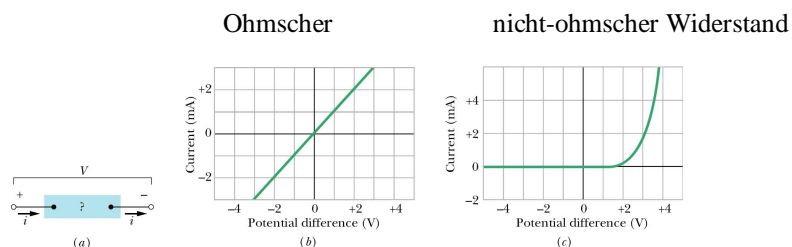
$W$ : Energie um Elektronen ins LB zu heben  
(vergleiche Dampfdruckkurve  $p(T)$ )

- Exp.** 1) Stromkreis mit Widerstandsdraht über einer Flamme,  $U$  fest,  $I$  messen  
2) Halbleiter, dotiertes Si  
Messgeräte: Temperaturmessung = Widerstandsmessung

### 6.2.3 Ohmscher Widerstand

**Def.** „Ein ohmscher Widerstand ist unabhängig von Betrag und Polarität der angelegten Spannung, d.h.  $R = U/I$  gilt unabhängig von Strom & Spannung.“

**Test:** Strom-Spannungskennlinie  $I(U)$  gibt den Typ des Leiters an ( $T$  konstant halten)





**Beachte:** die moderne Mikroelektronik basiert hauptsächlich auf elektronischen Bauelementen, die nicht dem ohmschen Gesetz gehorchen !

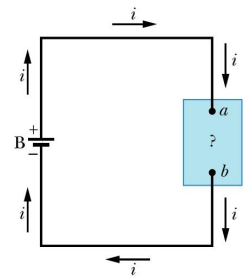
### 6.3 Elektrische Leistung

Verbraucher (Motor, Lampe, Toaster) sitzt in einem Stromkreis

$$dE_{el} = dq U = Idt U \quad \text{transportierte Ladung} \times \text{Potenzialdifferenz}$$

$$P = \frac{dE_{el}}{dt} = IU \quad \text{umgewandelte Leistung am Verbraucher}$$

$$[P] = AV = \frac{C}{s} \frac{J}{C} = W$$



**Exp:** Stromkette -Fe-Cu-Fe-Cu-Fe-  $P=RI^2$  mit  $R=U/I$  und  $I = \text{konstant} \Rightarrow$  heiß bei großem  $R$

### 6.4 Stromkreise

Eine Spannungsquelle hält die Potenzialdifferenz (Spannung  $U$ ) aufrecht und liefert somit die Energie, die nötig ist um einen Strom laufen zu lassen.

#### 6.4.1 Regeln

**Maschenregel** Die Summe aller Potenzialänderungen beim Durchlaufen eines geschlossenen Weges in einem Stromkreis (Masche) ist Null. (Folge der Energieerhaltung)

**Widerstandsregel:** Durchläuft man einen Widerstand in Stromrichtung, so fällt das Potenzial um  $U = - IR$ , läuft man gegen die Stromrichtung, so wächst es um  $U = +IR$ .

**Spannungsregel:** Läuft man durch eine ideale Spannungsquelle vom neg. zum pos. Pol so wächst das Potential um  $U_{Bat}$ .

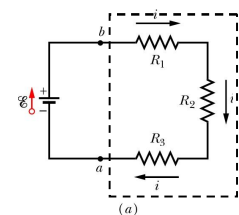
### 6.5. Schaltungen

#### 6.5.1 Reihenschaltung von Widerständen

Reihenschaltung heißt: es gibt nur einen Weg für den Stromfluß.

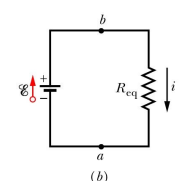
Durch jeden Widerstand fließt der gleiche Strom.

Die Potenzialdifferenzen der Einzelwiderstände summieren sich zu  $U$ .



Gesucht: Ersatzwiderstand  $R$

Lsg. Maschenregel anwenden  $U - IR_1 - IR_2 - IR_3 = 0$



$$\Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U}{R}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{R = \sum R_i}}$$

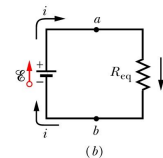
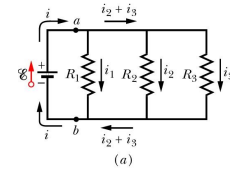
### 6.5.2 Parallelschaltung

Über allen Widerständen besteht dieselbe Potenzialdifferenz.  
Der Gesamtstrom ist die Summe der Einzelströme.

$$I_1 = U/R_1, \quad I_2 = U/R_2, \quad I_3 = U/R_3$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = U (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) \quad \text{mit } I = U/R$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}} \quad \text{Ersatzwiderstand}$$



### 6.5.3 Verzweigungsregel (Kirchhoffsche Satz)

„In einem Verzweigungspunkt eines Stromkreises ist die Summe aller eingehenden Ströme gleich der Summe aller ausgehenden Ströme.“

Ist eine Folge der Ladungserhaltung an jedem Punkt, es gibt weder Quellen noch Senken.

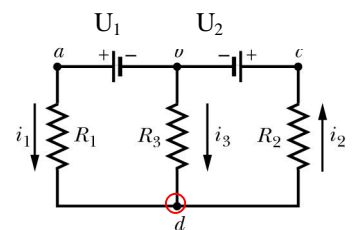
**Bsp.** Berechne den Betrag der 3 Ströme wenn  $U_1, U_2$  bekannt ?

Lsg 3 Gleichungen mit 3 Unbekannten aufstellen

a)  $I_1 + I_3 = I_2$  Strom bei d: (Verzweigungsregel)

b)  $U_1 - I_1 R_1 + I_3 R_3 = 0$  Maschenregel linker Kreis gegen Uhrzeigersinn

c)  $-U_2 - I_3 R_3 - I_2 R_2 = 0$  „ rechter Kreis „



### 6.6 Ladevorgang am Kondensator

a) **Auf-Laden** des Kondensators über die konstante Batteriespannung  $U_B$

Maschenregel ergibt:

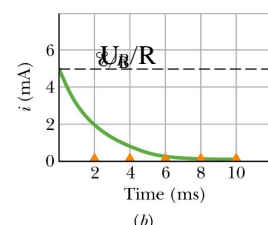
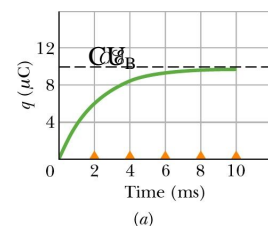
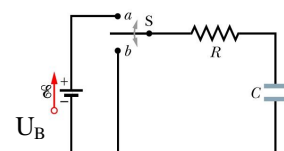
$$\Rightarrow U_B - RI - q/C = 0$$

$$U_B - R \frac{dq}{dt} - \frac{q}{C} = 0 \quad \text{Differentialgleichung}$$

Lsg.  $q(t)$  beschreibt Zeitabhängigkeit des Ladevorgangs

$$\text{Lsg. } q(t) = CU_B \left( 1 - e^{-t/RC} \right) \quad \text{Ladung}$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{U_B}{R} e^{-t/RC} \quad \text{Strom}$$



$$U_C = \frac{q(t)}{C} = U_B \left( 1 - e^{-t/RC} \right) \quad \text{Kondensatorspannung}$$

Kondensatorverhalten :      Beginn  $t = 0$  Kurzschluss,  $U_C = 0$

   Später  $t \gg RC$  wie Unterbrecher,  $U_C = U_B$

Zeitkonstante  $\tau = RC$  erlaubt Geschwindigkeiten der Ladeprozesse einzustellen

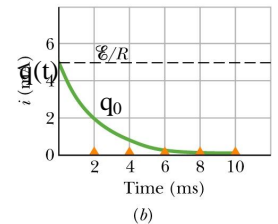
$$t = \tau \Rightarrow q(\tau) = CU (1 - e^{-1}) = 0,63 CU_B$$

**b) Entladen** des Kondensators über Widerstand R

$$R(dq/dt) - q/C = 0 \quad \text{Differentialgleichung für } q$$

$$\text{Lsg} \quad q(t) = q_0 \left( e^{-t/RC} \right) \quad \text{Ladung auf Kondensator}$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC} \quad \text{Entladestrom}$$



**Exp.** Oszilloskop zeigt Lade / Entladevorgang des Kondensators

Blitzgerät warum Laden / Entladen unterschiedlich schnell ? zwei Kreise

FOLIE: Touchscreen

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.3, Fragen 4.3.1 – 4.3.12

## 7 Magnetfelder

den Griechen bekannt als Magnetit ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) in Provinz Magnesia, Zugvögel nutzen Erdfeld

Nutzung: Elektromotoren, Permanent- & Elektromagnete

magn. Datenspeicher, Medizin: Kernspintomographen

Alle Materialien reagieren auf magnetische Kräfte, aber nur wenige sind permanent magnetisch (Fe, Co, Ni, seltene Erden Gd, ...)

Erklärung des Magnetismus in Permanentmagneten nur durch Quantenmechanik möglich

**Exp.** Stabmagnet, Nord-Südpol, Elektromagnet

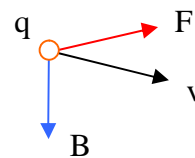
### 7.1.1 Magnetische Flussdichte & Lorentzkraft

„Die magnetische Flussdichte  $B$  wird über die Lorentz-Kraft auf bewegte Ladung  $q$  mit der Geschwindigkeit  $v$  definiert“

Lorentzkraft  $\underline{\underline{\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}}}$

$F$  senkrecht zu  $B$  und zu  $v$

Rechte-Hand-Regel UVW



Flussdichte  $B$   $[B] = \text{T}$  (Tesla)  $\text{T} = \text{N}/(\text{A m})$ ,  $1 \text{ T} = 10^4 \text{ Gauß}$

$B$  oft als Magnetfeldstärke bezeichnet

Typ. Werte: Erdfeld  $10^{-4} \text{ T} = 1 \text{ Gauß}$ , Elektromagnet  $1 \text{ T}$ ,

Supraleitende Magnete  $5\text{-}10 \text{ T}$ , Neutronenstern  $10^8 \text{ T}$

**Exp.** Braunsche Röhre + Magnet

Lorentz-Schaukel, umpolen  $\rightarrow$  Richtungswechsel, Strom parallel zu  $B \rightarrow$  kein Effekt

### 7.1.2 Magnetische Feldlinien

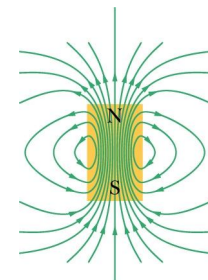
Da ein Magnet über seine Kraftwirkung definiert wird, macht es Sinn ein  $B$ -Feld zu definieren

$\vec{B}$ : Tangente an  $B$ -Feldlinie, Feldrichtung: Nord  $\Rightarrow$  Süd

$|\vec{B}| \sim$  Feldliniendichte

es gibt nur magn. Dipole, keine Monopole wie in Elektrostatik!

Ungleichnamige Pole ziehen sich an, gleichnamige stoßen sich ab



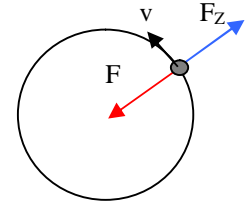
(a)

**Exp.** Feldlinien sichtbar machen

## 7.2 Ladungen auf Kreisbahnen & Massenspektrometer

Generell gilt für ein Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit  $|\vec{v}|$  auf einer Kreisbahn:

- Zentrifugalkraft  $\vec{F}_Z = -\vec{F}$  ist im Gleichgewicht mit einer anderen Kraft  $F$
- Betrag  $|\vec{F}|$  konstant
- Kraft-Richtung immer zum Kreismittelpunkt



**Bsp.** Hammerwerfer  $\vec{F}_Z = -\vec{F}_S$  Seilspannkraft,

Satellit um Erde  $\vec{F}_Z = -\vec{F}_g$  Gravitationskraft

Ladung im B-Feld  $\vec{F}_Z = -\vec{F}_L$  Lorentzkraft

Ladung  $q$  tritt mit Geschw.  $v$  senkrecht in ein homogenes B-Feld

$$F_Z = \frac{mv^2}{r} \quad \text{Zentripetalkraft, betragsgleich mit Zentrifugalkraft}$$

$$F_L = qvB \quad \text{Lorentzkraft}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{r = \frac{m v}{q B}}} \quad \text{Kreisradius}$$

**Exp.** Wehneltzylinder, e/m-Versuch aus Praktikum, Elektroly CuS2 strömt Berg hinauf

### Massenspektrometer

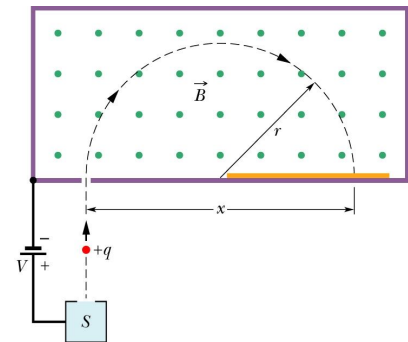
Zur Bestimmung der Ionenmasse  $m$

$q = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  einfach ionisierte Atome

$U = 1000 \text{ V}$  Beschleunigungsspannung

$B = 80 \text{ mT}$  homogenes B-Feld senkrecht zu  $v$

$r = 0,8127 \text{ m}$  Detektion: Fotoplatte / CCD-Chip



Atomgeschw.  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2 = qU$

$$\Rightarrow v^2 = 2qU/m$$

$$\text{mit } r = \frac{m v}{q B} \Rightarrow r^2 = \frac{m^2}{q^2 B^2} \frac{2qU}{m}$$

$$\Rightarrow m = \frac{B^2 q r^2}{2U} = 3,3863 \times 10^{-25} \text{ kg} = 203,93 \text{ u, u atomare Masseneinheit (Atom: Thallium)}$$

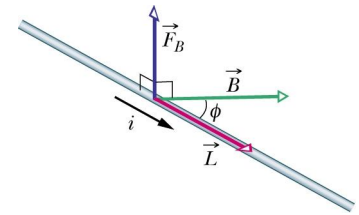
### 7.3.1 Magnetische Kraft auf stromdurchflossenen Leiter

gerader Draht der Länge L senkrecht im homogenen B-Feld

$$q = It = I \frac{L}{v_D}$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \alpha = \text{Winkel B zum Draht}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F = ILB \sin \alpha}}$$

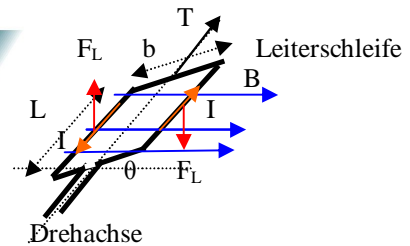
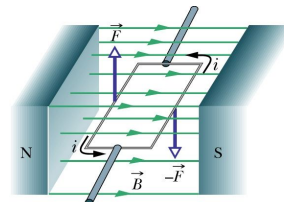


**Exp.** Lorentzschaukel

### 7.3.2 Elektromotor / Prinzip

Drahtschleife im B-Feld eines Permanentmagneten

- Kräfte an kurzer Seite zeigen in Richtung der Drehachse, erzeugen kein Drehmoment
- Kräfte an Längsseite erzeugen Drehmoment



$$\Rightarrow F = ILB \quad \text{Hebelarm: } \frac{1}{2}b \sin \theta$$

$$\Rightarrow T = ILB \frac{b}{2} \sin \theta \quad \text{pro Längsseite} \quad (T = F \times r)$$

$$\Rightarrow T = ILB b \sin \theta \quad \text{für beide Seiten}$$

für ebene Spule mit N Windungen

$$\Rightarrow \underline{\underline{T = (NIA) B \sin \theta}}, \quad A = Lb \quad \text{Fläche der Spule}$$

Gilt für jede ebene Spule im homogenen B-Feld, unabhängig von ihrer Form!

Elektromotor: Strom wird umgepolt sobald Spulenflächennormale  $\vec{A} \parallel \parallel$  B-Feldrichtung.

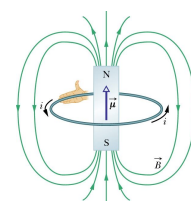
- Exp.**
- 1) Elektromotor, Batterie mit Drahtschleife + Magnet,
  - 2) Spulenzeigerinstrument
  - 3) Elektrolyt strömt bergauf

### 7.3.3 Magnetisches Dipolmoment

Dipolmoment einer Schleife, nicht verwechseln mit Permeabilität  $\mu_0$  !

$$\vec{\mu} = I \vec{A} N \quad N: \text{Windungszahl, A: Schleifenfläche}$$

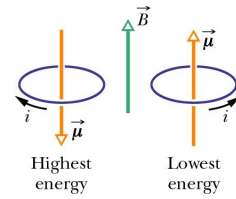
$$\Rightarrow \underline{\underline{\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}}} \quad \text{Drehmoment im B-Feld}$$



Magnetische Energie des Dipols im B-Feld

$$E_{Mag}(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (\text{ohne Beweis})$$

hängt vom Winkel zwischen Dipol und B-Feld ab

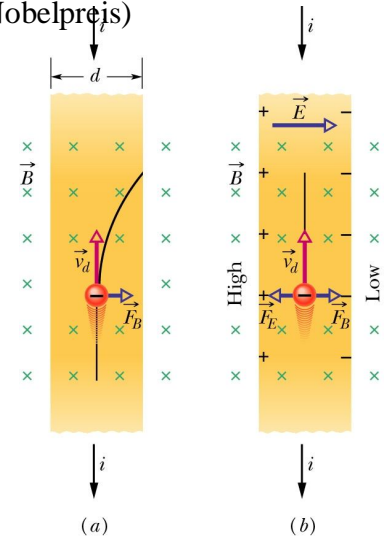


**Exp.** Stabmagneten und Kompassnadel parallel / antiparallel => Energie max / min

**7.4 Hall-Effekt** (Hall 1879, Quanten-Hall-Effekt, v. Klitzing 1985 Nobelpreis)

- $v_D$  Elektronendriftgeschw.
- $F_L = ev_D B$  Ablenkung => baut E-Feld auf
- =>  $U_H = Ed$  Hallspannung durch Ladungsverschiebung
- $eE = ev_D B$  Gleichgewicht der Kräfte
- mit  $v_D = j/ne = I/(neA)$

$$\Rightarrow \underline{n = \frac{BI}{eU_H A/d}} \quad \text{Ladungsträgerdichte}$$



- Messgerät für: - Ladungsträgerdichte eines Leiters, Halbleiters,
- Driftgeschwind. von Ladungsträgern (Materialforschung)
- Magnetfelder  $B = \frac{ne A/d}{I} U_H$  (Messung von  $U_H$ )

**Exp.** Hallsonde misst Hufeisenmagnet aus, Hallsonde aus Praktikum zeigen

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.4, Fragen 4.4.1 – 4.4.12

**8 Magnetfelder von Strömen**

Woher kommen die Kräfte auf Ströme im Magnetfeld? Erzeugen Ströme Magnetfelder ?

- Exp.** i) Stabmagnet an Schaukel im Hufeisenmagnet => Kraft zwischen Magneten
- ii) Lorentzschaukel im Hufeisenmagnet => Ströme erfahren eine Lorentz-Kraft
- iii) Stromdurchflossener Leiter über Kompassnadel, Nadel wird ausgelenkt

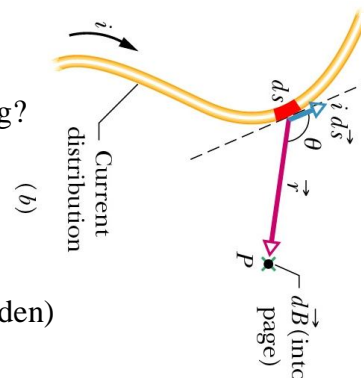
**8.1.1 Biot-Savartsches Gesetz**

Wie groß ist das Magnetfeld im Abstand r einer bewegten Ladung?

gegeben: Leitelement ds mit Strom I parallel  $d\vec{s}$

gesucht: Magnetfeld  $d\vec{B}$  am Punkt P

$$\text{es gilt} \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin \theta}{r^2} \quad (\text{experimentell gefunden})$$



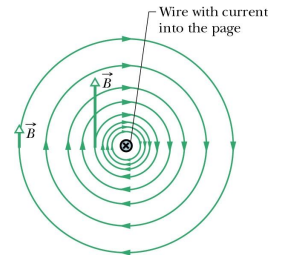


$\mu_0 = 1,26 \times 10^{-6} \text{ Tm/A}$  (Permeabilität für Vakuum)

$$\underline{\underline{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}}}$$
 beachte  $r/r^3 = 1/r^2$

### 8.1.2 Magnetfeld des geraden Leiters

**Exp.** B-Feldlinien um unendlich langen geraden Leiter, Kompassnadel



- => Kreisförmige Feldlinien um den Draht als Zentrum
- => Feldliniendichte nimmt mit 1/r ab (Beweis unten)
- => Rechte-Hand-Regel: Zeigt der Daumen in Stromrichtung dann zeigen die Finger in Richtung des erzeugten magnetischen B-Feldes.

Berechnung des B-Feldes:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \sin \theta}{r^2}$$
 B-Feld bei r senkrecht zum Papier

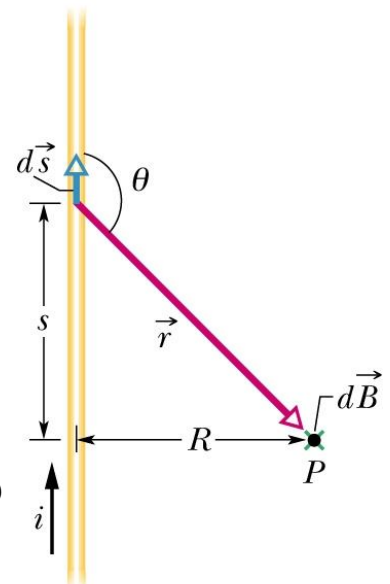
alle Elemente Ids liefern selbe Richtung für B

$$B = \int_0^\infty dB + \int_{-\infty}^0 dB = 2 \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \theta ds}{r^2}$$

mit  $r = \sqrt{s^2 + R^2}$  und  $\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{s^2 + R^2}}$

=> 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^\infty \frac{R ds}{(s^2 + R^2)^{3/2}}$$
 (mit Formelsammlung Integral lösen)

=> 
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \frac{s}{(s^2 + R^2)^{1/2}} \right]_0^\infty = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



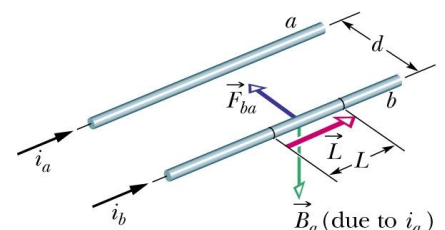
### 8.2 Kraft zwischen parallelen Strömen

parallele, Ströme müssen Kräfte aufeinander ausüben, da jeder Strom ein B-Feld erzeugt

**Exp.** 2 Leiterschaukel, parallel, antiparalleler Strom

$$B_a = \frac{\mu_0 I_a}{2\pi d}$$
 B-Feld am Ort b durch Strom I<sub>a</sub>

$$\vec{F}_{ba} = I_b \vec{L} \times \vec{B}_a$$
 Kraft auf I<sub>b</sub> durch I<sub>a</sub> (siehe 7.3.1)



$$\underline{\underline{F_{ba} = \frac{\mu_0 L I_b I_a}{2\pi d} \quad \text{da } \vec{L} \perp \vec{B}}}$$

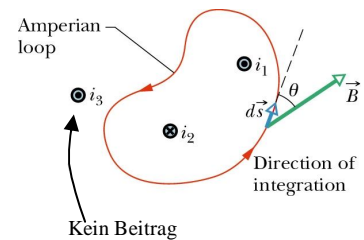
- ⇒ parallele Ströme ziehen sich an, antiparallele Ströme stoßen sich ab
- ⇒ Definition des Stroms über Kraft auf unendlich lange Leiter

### 8.3 Amperesches Gesetz (Ampere 1775-1836)

Analog zum Gaußschen Satz für den Zusammenhang E-Feld ⇔ Ladung erfasst das Ampere-sche Gesetz den Zusammenhang B-Feld ⇔ Strom

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{um}$$

$\vec{B} \cdot d\vec{s}$  entlang einer geschlossenen Schleife, die alle Ströme  $I_1, I_2, \dots$  umschließt, die zu  $I_{um}$  beitragen

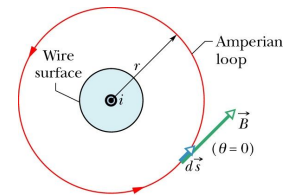


#### 8.3.1 B-Feld um langen Draht

$|B| = \text{konst.}$  auf Kreis mit Radius  $r$ , zylindersymmetrisch

$d\vec{s}$  auf Kreis parallel  $\vec{B}$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = 2\pi r B = \mu_0 I$$



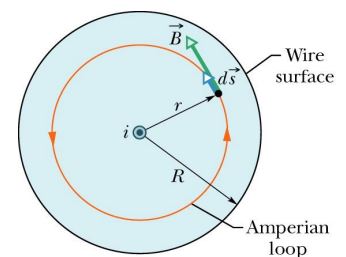
$$\Rightarrow \underline{\underline{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}} \quad \text{gleiches Ergebnis wie nach Biot-Savart (siehe 8.1.2), aber einfacher}$$

**Bsp.** Wie sieht die B-Feldverteilung eines langen stromführenden Drahtes aus?

Strom  $I$  homogen über Querschnitt verteilt

$B$  tangential an amperescher Kreisschleife

- Lsg. a)  
b)



### 8.4.1 Magnetfeld einer Spule

innen: B-Felder addieren sich, stark, nahezu homogen

Rechte-Hand-Regel: Finger in Stromrichtung Daumen in Feldrichtung

außen: B-Felder löschen sich nahezu aus, inhomogen

gegeben: Spule mit Länge  $L \gg$  Radius  $r$

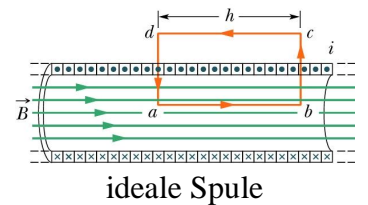
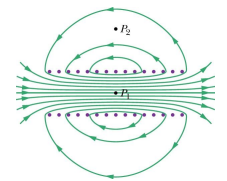
gesucht:  $\sum_i \vec{B}_i$  Vektorsumme der Felder aller Windungen

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{um}$$

$$= \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s} +$$

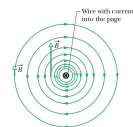
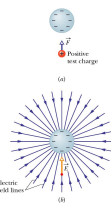
$$= Bh + 0 + 0 + 0 \quad \text{mit } I_{um} = IN, \quad I: \text{Strom, } N = \text{Windungszahl}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{B = \mu_0 I \frac{N}{h}}} \quad (n = N/h = \text{Windungsdichte})$$



**Exp.** Magnetfeld einer Spule mit Eisenspänen auf Overheadprojektor sichtbar machen

Elektrostatik	Magnetostatik
Quelle: Monopol $q$	Dipol $\vec{\mu}$
Ladung $q$ erzeugt E-Feld	Strom $I$ erzeugt B-Feld
Gaußscher Satz $\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$ (Flächenintegral)	Amperescher Satz $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ (Linienintegral)
Drehmoment auf Dipol $\vec{T} = \vec{p} \times \vec{E}$	$\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$



**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.5, Fragen 4.5.1 – 4.5.9

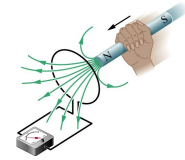
## 9. Induktion

- a) Elektromotor: Stromschleife + Magnetfeld => Drehmoment (bisher)  
 ↓ Symmetrie?  
 b) Dynamo: Drehmoment + Magnetfeld => Strom (Kapitel 9)

**Exp.** Änderung des Magnetfeldes durch eine Leiterschleife

- Strom tritt auf bei Relativbewegung Magnet ↔ Schleife
- schnelle Bewegung => großer Strom
- Magnetfeld umpolen => Strom ändert sein Vorzeichen

=> Prozess: Strom bzw. Spannung wird induziert

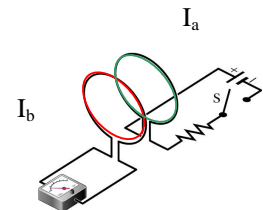


**Exp.** zwei gegenüberliegende Schleifen, berühren sich nicht

Schleife a) Strom fließt aufgrund  $U_{\text{Bat}}$ ,  $I_a = U_{\text{Bat}} / R$

Schleife b) Strom  $I_b$  wird induziert nur wenn  $I_a$  sich ändert (an / aus)

Wenn  $I_a$  konstant =>  $I_b = 0$



Frage: Strom / Spannungsinduktion tritt auf bei Änderungen – was ändert sich genau?

### 9.1 Faradaysches Induktionsgesetz

Strom / Spannung wird induziert, wenn die Zahl der Magnetfeldlinien durch die Schleife sich zeitlich ändert. Wie wird das quantifiziert?

$$\underline{\underline{\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}}} \quad \text{Magnetischer Fluss durch Fläche } dA$$

$$[\Phi_B] = \text{Tm}^2 = \text{Wb} = \text{Weber} \quad (\text{W.E. Weber 1804 – 1891})$$

=> „Die in einer Leiterschleife induzierte Spannung  $U_i$  ist gleich der zeitlichen Änderung des Flusses durch die Schleife.“

$$\text{Induzierte Spannung: } \underline{\underline{U_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}}}, \quad \underline{\underline{U_i = -N \frac{d\Phi_B}{dt}}} \quad \text{für Spule mit N Windungen}$$

Flussänderung  $d\Phi_B/dt$  ist möglich durch:

- Magnetfeldstärke  $B$  ändern
- Fläche  $A$  ändern
- Winkel zwischen Fläche / Magnetfeld ändern

**Exp.** zu ii) a) Praktikumsversuch, b) Leiterschleife über B-Feld schnell zusammenziehen

**Exp.** zu iii) Dynamo

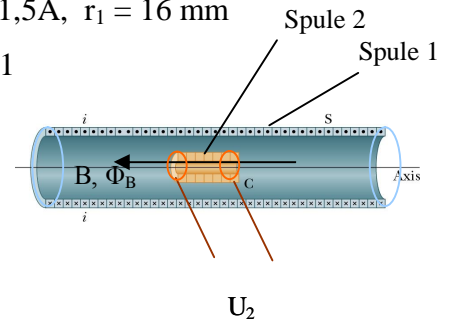
**Exp.** zu i) zwei verschachtelte Spulen (siehe Abb.)

**Bsp.** 1) lange Zylinderspule :  $n_1 = N/h = 200/\text{cm} = 2 \cdot 10^4 /\text{m}$  ,  $I_1 = 1,5\text{A}$ ,  $r_1 = 16\text{ mm}$

2) Testspule:  $N_2 = 130$ ,  $r_2 = 10,5\text{ mm}$  im Zentrum der Spule-1

$I_1$  ändert sich mit konst. Geschw. in 25 ms auf 0A

**Frage** welche Spannung  $U_2$  wird in Spule<sub>2</sub> induziert?

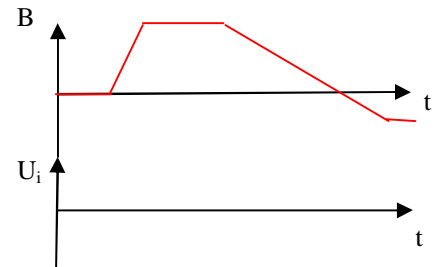


Lsg.

**Bsp.** Magnetfeld durch Leiterschleife,  $B(t)$  ändert sich

Wie läuft die induzierte Spannung  $U_i(t)$  ?

Lsg.



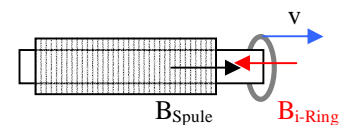
### 9.2 Lenzsche Regel

(H.F.E. Lenz 1804 – 1865)

„Ein induzierter Strom ist so gerichtet, dass das von ihm erzeugte B-Feld der Änderung des magnetischen Flusses entgegenwirkt.“

(Trägheitsprinzip, Energieerhaltung)

**Exp.** Abstoßung eines Alu-Ringes durch Stromanschaltung



Beobachtung: Spulenstrom  $I_{Sp}$  anschalten => Ring wird abgestoßen

Ursache:  $I_{Sp}$  steigt =>  $B_{Sp}$  in Spule steigt

=>  $d\Phi_B/dt > 0$  =>  $U_i = -d\Phi_B/dt$  Induzierte Spannung

$\Rightarrow -I_i \Rightarrow -B_i$  im Ring, Richtung entgegen dem B-Feld der Spule,  
denn nach Lenzscher Regel soll ansteigendes Feld kompensiert werden  
 $\Rightarrow$  entgegen gerichtete B-Felder stoßen sich ab  $\Rightarrow$  Ring wird abgestoßen

b) Spulenstrom abschalten  $\Rightarrow$  Ring wird angezogen

c) Strom fließt konstant in der Spule, keine Induktion, Ring bleibt auf Stab

$$d\Phi_B/dt = 0 \Rightarrow U_i = 0 \Rightarrow I_i = 0 \Rightarrow B_i = 0 \text{ im Ring}$$

## E-Gitarre

**Exp.** Gitarren zeigen

Akustik-Gitarre: Ton durch akustische Resonanz des Klangkörpers mit schwingender Saite

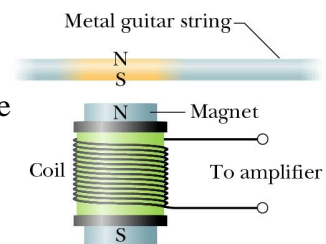
E-Gitarre: kein Resonanzkörper, Frequenz der schwingenden Saite wird direkt erfasst u. an Verstärker weitergegeben

Prinzip: Permanentmagnet in Spule erzeugt B-Feld in Stahl-Saite  
Saite schwingt mit Frequenz  $f$  als eigener Magnet

$\Rightarrow$  Fluss durch Spule:  $\Phi_{B\text{-Permanent}} + \Phi_{B\text{-Saite}}$

$\Rightarrow$  Flussänderung in der Spule mit Frequenz  $f$

$\Rightarrow$  Induktion  $U_i = -d\Phi_B/dt$  in Spule mit Saiten-Frequenz  $f$



**Frage:** Die Saite der E-Gitarre reißt und wird durch die Nylonsaite einer akustischen Gitarre ersetzt. Wie ändert sich der Ton dadurch?

Lsg.

## 9.3 Wirbelströme & Energietransfer

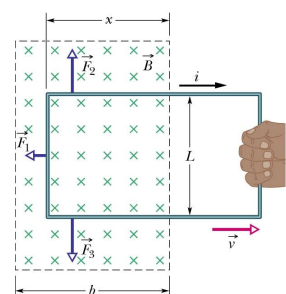
**Exp.** Wirbelstrombremse mit Metallplatte

a) geschlossener Platte: Warum bremst die Platte im B-Feld, obwohl unmagnetisch?

b) geschlitzter Platte: warum ist die Bremswirkung reduziert?

Deutungsmodell: Leiterschleife wird durch ein B-Feld gezogen, so dass

$$U_i = \frac{d\Phi_B}{dt} \neq 0 \Rightarrow I_i \quad \text{Strom fließt durch Schleife (im B-Feld)}$$



=> Lorentz-Kraft überwinden, um Schleife mit Geschw.  $v$  zu ziehen

=> Arbeit & Energieverbrauch

### Wo steckt die Energie?

=>  $I_i$  wird am Widerstand der Leiterschleife  $R$  in Wärme umgewandelt

Bew.  $P = Fv$  Leistung um Schleife zu ziehen

$\Phi_B = BA = BLx$   $Lx$ : von  $B$  durchsetzte Fläche

$$U_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}BLx = -BLv \quad v=dx/dt: \text{ Geschw. der Schleife}$$

(Strom wird nicht durch Batterie getrieben, sondern durch die Induktion !)

$$I_i = \frac{U_i}{R} = \frac{BLv}{R} \quad R: \text{ Widerstand der Leitung}$$

$$\vec{F} = I_i \vec{L} \times \vec{B} \quad \text{Kraft auf Leiter}$$

$F_2 + F_3 = 0$ , bleibt nur  $F = F_1 = I_i L B \sin 90^\circ$

$$\Rightarrow F = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

$$\Rightarrow P = F v = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

$$P = \underbrace{\left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R}_{\text{mechan. Leistung}} = \underbrace{I_i^2 R}_{\text{elektr. Leistung}}$$

### Anwendung:

- Wirbelstrombremse in Eisenbahn, Induktionskochfelder
- Wirbelstromtachometer: rotierender Permanentmagnet in Metallzylinder
- Zerstörungsfreie Prüfung von Metallen auf feine Risse, Wirbelströme erzeugen  $B$ -Felder, abh. vom Widerstand  $R$  im Material = Maß für Risse

**Exp.** Magnete fallen durch Metallrohr, geschlitztes Metallrohr, Kunststoffrohr.

Unterschiedliche Fallzeiten, Vergleiche auch Fallzeiten: Magnet, Metallstück

Deutung: Wirbelströme im Rohr bremsen indem sie Magnetfeld erzeugen, das dem des fallenden Magneten entgegengesetzt ist



### 9.4 Induzierte E-Felder

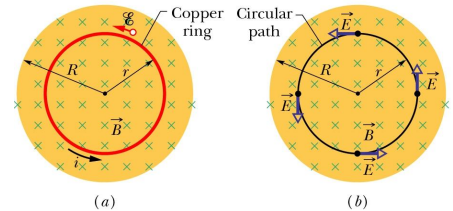
betrachte Exp. „Abstoßung des Alu-Ringes“ im verändernden B-Feld nach Lenzscher Regel

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = U_i \Rightarrow I_i = \frac{U_i}{R} \Rightarrow B_i$$

=> Ringstrom  $I_i$  muss durch Ringfeld  $E_i$  erzeugt worden sein denn

$$j = \sigma E_i$$

=> „Ein veränderliches Magnetfeld induziert ein E-Feld“  
(auch dann, wenn keine Materie existiert)



Wie hängen Ringfeld und Flußänderung zusammen? Ursache  $\frac{dB}{dt} > 0$  denn B steigt an

betrachte Arbeit W um Probeladung q auf dem Kreis zu bewegen

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = q \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = qU_i = q \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Welches elektr. Potenzial  $\Phi$  hat ein induziertes E-Feld?

Statisches Feld:  $\Phi_f - \Phi_i = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ , wenn  $i = f$

Induziertes Feld  $\oint \vec{E}_i \cdot d\vec{s} \neq 0$  bei einem Kreisumlauf, obwohl  $i = f \Rightarrow$  Pot. unsinnig!

E-Felder:	E-statisch	$E_i$ -induziert
Quelle	Ladung q	$\frac{d\Phi_B}{dt}$
Form	+ nach -	geschlossener Ring
Potenzial	$\Phi(r)$	kein Pot. definierbar

### 9.5.1 Induktivität

- Kondensator wird durch Kapazität beschrieben,

erfasst das aufgebaute E-Feld wenn Ladung auf die Platten verschoben wird

- Spule durch Induktivität beschrieben, erfasst Magnetfeld, wenn Strom durch Spule fließt

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}, \quad [L] = \text{Tm}^2/\text{A} = \text{H} = \text{Henry} \quad (\text{J.Henry, 1797 - 1878, USA})$$

N: Spulenwindungen, I: Spulenstrom,  $\Phi_B$ : Fluss durch Spule

**Zylinderspule**

$$N\Phi_B = (nl)(BA)$$

$n = N/l$  Windung / Länge, Länge  $l \gg$  Durchmesser

$$B = \mu_0 In$$

$B$  Feldstärke im Inneren der Spule

$$\Rightarrow L = \frac{N\Phi_B}{I} = \frac{(nl)(\mu_0 In)A}{I}$$

nur bauart-abhängig (wie Kondensator)

$$\underline{\underline{L = \mu_0 n^2 l A}}$$

Spule mit Kern:  $\underline{\underline{L = \mu \mu_0 n^2 l A}}$  (siehe Kapitel 10)

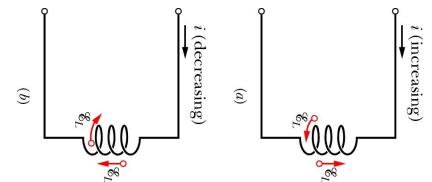
**9.5.2 Selbstinduktion**

**Exp.** Glühbirne im RL-Kreis: Verzögertes Aufleuchten bei An- / Nachleuchten bei Abschalten

Deutung: Eine induzierte Spannung entsteht in jeder Spule, in der sich der Strom ändert.

mit  $N\Phi_B = LI$  (Definition von L in 9.5.1)

$$\Rightarrow \underline{\underline{U_i = - \frac{dN\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}}}$$



also: nicht der Strom, sondern die Änderung des Stromes ist wichtig

Richtung der Induktionsspannung:

aus Lenzscher Regel, d.h Induktion wirkt der Ursache entgegen:

$U_i$  erzeugt  $I_i$ , der versucht der Strom-Änderung  $dI/dt$  entgegen zu wirken

**9.5.3 RL-Glieder**

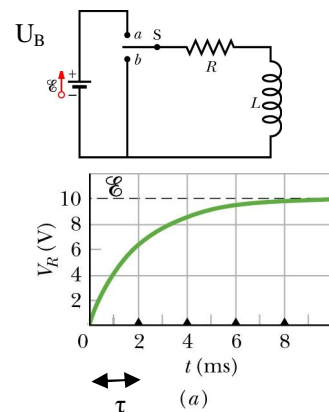
Verzögerung von An- / Aus-Schaltvorgängen im RL-Stromkreis (Widerstand + Spule)

**An-Schalten**

$$U_B - IR - LdI/dt = 0 \quad \text{(Diff.gleichung)}$$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{U_B}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$\underline{\underline{\tau_L = L/R}} \quad \text{Zeitkonstante}$$

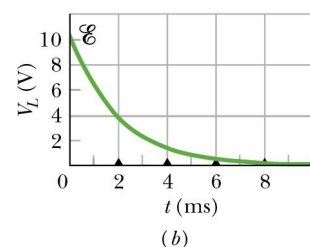


**Aus-Schalten**

$$- IR - LdI/dt = 0 \quad \text{(Diff.gleichung)}$$

$$\Rightarrow I(t) = \frac{U_B}{R} \left( e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

mit  $I_0 = U_B/R$



Selbstinduktion als Trägheit des Stromflusses durch die Spule

**Exp.** RL-Glied: aus / an-schalten auf Oszilloskop zeigen

## 9.6 Energie des Magnetfeldes

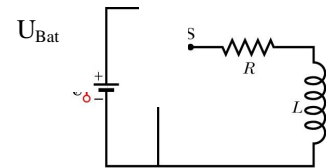
Wenn der Stromfluss durch eine Spule unterbrochen wird, so versucht die Selbstinduktion den Strom zu erhalten. Woher kommt aber die Energie für den Strom, wenn  $U_{\text{Bat}} = 0$ ?

### 9.6.1 Magnetische Energie

$$U_{\text{Bat}} = IR + L \, dI/dt$$

$$U_{\text{B}} I = I^2 R + LI \, dI/dt \quad (\text{beide Seiten mit } I \text{ multipliziert})$$

a      b      c



#### Deutung:

- a)  $U_{\text{B}} I = P$       Leistung der Batterie, um Ladung  $dq$  in Zeit  $dt$  zu transportieren  
 $W = Pdt = U_{\text{B}} dq$       Arbeit / Energieverlust der Batterie
- b)  $I^2 R = P_{\text{Wärme}}$       Teil der Batterie-Leistung als Wärmeverlust im Widerstand
- c)  $LI \, dI/dt = P_{\text{mag}}$       Teil der Batterie-Leistung in Spule als  $E_{\text{mag}}$  gespeichert

$$\Rightarrow E_{\text{mag}} = \int_0^t P_{\text{mag}} \, dt = \int_0^I LI \, dI$$

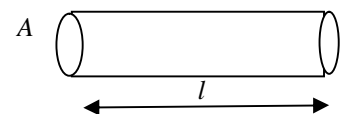
$$\Rightarrow \underline{\underline{E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} LI^2}} \quad \text{magn. Energie in Spule gespeichert}$$

### 9.6.2 Magnetische Energie-Dichte

$$\rho_{\text{mag}} = \frac{E_{\text{mag}}}{V} \quad \text{Spulenvolumen } V = Al$$

$$\rho_{\text{mag}} = \frac{LI^2}{2Al} = \frac{L}{l} \frac{I^2}{2A} = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2, \quad \text{mit } L/l = \mu_0 n^2 A \quad (9.5.1)$$

$$\underline{\underline{\rho_{\text{mag}} = \frac{B^2}{2\mu_0}}} \quad \text{mit } B = \mu_0 In \quad (8.4.1)$$



$\Rightarrow$  magn. Energie steckt im B-Feld, gilt nicht nur für Spule,  $\Rightarrow$  elektro-magn. Welle

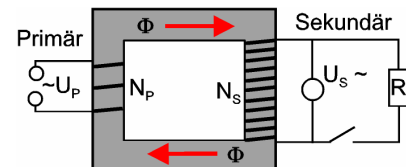
Übersicht	Elektro	Magneto
Feld	E	B
Fluss	$\int \vec{E} \cdot d\vec{A}$	$\int \vec{B} \cdot d\vec{A}$
Bauteil	Kondensator	Spule
Größe	Kapazität	Induktivität
Zeitabh.	$C = q/U$ $q = q_0 e^{-t/RC}$	$L = N\Phi_B/I$ $I = I_0 e^{-tR/L}$ (abschalten) I
Energie	$E_{el} = \frac{q^2}{2C}$	$E_{mag} = \frac{1}{2} LI^2$
Energiedichte	$\rho_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$	$\rho_{mag} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

### 9.7 Transformator

Windungen Primärspule:  $N_P$ , Sekundärspule  $N_S$

Eisenkern führt den Fluss durch beide Spulen mit

$$\Phi_P = \Phi_S$$



Prinzip: Primärspule P läuft mit Wechselstrom  $\Rightarrow$  erzeugt Wechsel B-Feld

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_S}{dt} = \frac{d\Phi_P}{dt} \quad \text{Fluss ändert sich zeitlich, also gibt es Induktion in beiden Spulen}$$

$$\Rightarrow U_S = -N_S \frac{d\Phi}{dt}, \quad U_P = -N_P \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{U_S}{U_P} = \frac{N_S}{N_P} \quad \Rightarrow \text{Spannungs-Verstärkung: Sekundärspule mit } N_S \gg N_P$$

Idealer Transformator: kein Energieverlust, d.h. auch idealer Leistungstransfer

$$P_P = U_P I_P = U_S I_S = P_S$$

$$\Rightarrow \frac{I_S}{I_P} = \frac{U_P}{U_S} = \frac{N_P}{N_S} \quad \Rightarrow \text{Stromverstärkung: Primärspule große Wicklungszahl } N_P \gg N_S$$

**Anwendung:** - Spannung transformieren

- Stromverstärkung,

- kontaktloser Leistungstransfer zur Aufladung von Akkus, Rasierer

**Exp.** Nagel schmelzen, Trafo, Stromverstärkung: Windungszahl der Primärspule  $N_P \gg N_S$

Hörnerblitzableiter Sekundärspule  $N_S \gg N_P$

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.6, Fragen 4.6.1 – 4.6.12

## 10 Magnetismus der Materie

$H$  Magnetfeld

$\underline{\underline{\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}}}$  Magnetische Flussdichte

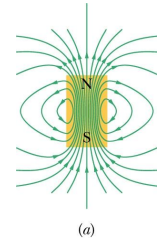
$\mu = (1 + \kappa)$  Permeabilitätskonstante (ohne Einheit), Vakuum  $\mu = 1$

$\kappa \neq 0$  Suszeptibilität (ohne Einheit), Stärke des B-Feldes in der Materie

$\underline{\underline{\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})}}$

$\mu_0 H$  : externes Magnetfeld (magn. Flussdichte)

$\mu_0 M$  : Magnetfeld (Flussdichte) der Materie



Magnete existieren nur als Dipole, nie als Monopole – warum? Halbiert man einen Magneten, so gibt es 2 neue Magnete. Wie weit kann man den Magneten herunter brechen? Gibt es einen kleinsten Elementarmagneten?

### 10.1 Magnetismus des Elektrons

Was ist die kleinste magn. Einheit? Magnetfelder werden durch bewegte Ladung erzeugt, also sehen wir uns die kleinste Ladungseinheit, das Elektron an.

#### 10.1.1 Bahnmoment

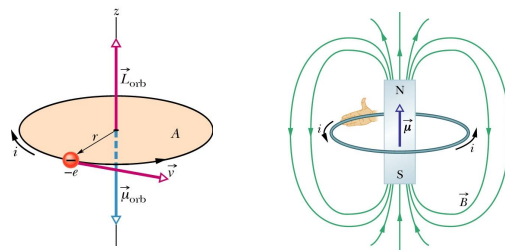
Planetenmodell der Atome: Elektron kreist um Atomkern, entspricht Ringstrom  $I$  um Kern

=> magn. Bahn-Dipolmoment durch Ringstrom

=>  $\mu_{\text{Bahn}} = IA$

mit  $I = \frac{\text{Ladung}}{\text{Zeit}} = \frac{e}{2\pi r/v}$

=>  $\mu_{\text{Bahn}} = \frac{e}{2\pi r/v} \pi r^2 = \frac{1}{2} e v r$



kreisendes Elektron hat einen mechanischen Bahndrehimpuls

$\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$   $L = m r v$  da  $r$  senkrecht  $v$

=>  $\underline{\underline{\vec{\mu}_{\text{Bahn}} = -\frac{e}{2m} \vec{L}}}$  minus, da  $\mu_{\text{Bahn}} =$  und  $L$  antiparallel ( $-e$ )

also: kreisendes Elektron erzeugt magnetisches Moment

kreisendes Elektron ist nicht weiter teilbar (Elementarmagnet)

Quantenmechanik: Bahndrehimpuls kann nur bestimmte Werte annehmen (Physik III)

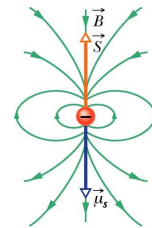
Planetenmodell dient nur der Motivation, es ist sehr begrenzt!

$$\underline{\underline{\mu_{Bohr} = \frac{eh}{2m2\pi} = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}}} \quad \text{Bohrsches Magneton}$$

### 10.1.2 Spinnmoment

gibt es Magnetismus, auch wenn die Elektronen nicht auf Kreisbahnen fliegen? Ja!

Elektronen-Eigenschaften:	Masse	$m = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
	Ladung	$e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
	NEU: Spin	$S, m_S = \pm \frac{1}{2}$



Spin engl. Schnell drehen, Drall, denkbar als Eigenrotation des Elektrons (Rotation der Erde 1x pro Tag um sich selbst). Aber: Elektron hat kein Volumen, u. ein Punkt kann sich nicht um sich selbst drehen

$$\underline{\underline{\mu_{Spin} = -\frac{e}{m} \vec{S}}}$$

nur die Komponente des Spins parallel zum B-Feld in z-Richtung ist messbar

$$S_z = m_S \frac{h}{2\pi} \quad m_S = \pm \frac{1}{2} \quad \text{eigentlich: } \mu_{Spin} = -2\mu_{Bohr} \frac{S}{h2\pi} \text{ aber } 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\underline{\underline{\mu_{Spin-z} = \pm \frac{eh}{4\pi m} = 9,27 \cdot 10^{-24} \frac{J}{T}}} \quad \text{Bohrsches Magneton, (Elementarmagnet)}$$

$$\mu_{neutron} = 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{J}{T} \quad \text{magn. Moment des Neutrons}$$

### Magnetische Energie des Elektrons

Atom orientiert / bewegt sich im externen Magnetfeld, so dass die Energie der Elektronen in der Hülle minimal wird:

$$\underline{\underline{E_{Mag} = -(\mu_{Bahn} + \mu_{Spin}) \cdot \vec{B}}} \quad (\text{siehe 7.3.3 magn. Dipol})$$

=> erklärt später das Verhalten von Para- & Ferromagneten im externen B-Feld

## 10.2 Diamagnetismus

Tritt in allen Substanzen auf, ist aber so schwach, dass es meist von den anderen Formen des Magnetismus überdeckt wird.

„Eine diamagnetische Probe erhält erst in einem äußeren Magnetfeld  $B_{\text{ex}}$  ein magnetisches Moment, das  $B_{\text{ex}}$  entgegengesetzt ist. Die Probe wird aus  $B_{\text{ex}}$  hinausgedrängt.“

- Exp.** 1) Wismutkugel wird aus B-Feld gedrängt  
2) Supraleiter ist ein idealer Diamagnet, Meißner-Ochsenfeld Effekt

Atomstruktur: Magn. Momente *aller Elektronen eines Atoms* kompensieren sich:

$$\vec{\mu}_{\text{Spin}} + \vec{\mu}_{\text{Bahn}} = \mu = 0 \Rightarrow \text{Material ist nicht magnetisch}$$

Prozess: Material wird in externes Feld  $B_{\text{ext}}$  hinein gebracht

$$\Rightarrow \frac{d\Phi_B}{dt} \neq 0 \Rightarrow \text{Strom wird induziert, wirkt nach Lenzscher Regel der Ursache}$$

entgegen, d.h.  $\vec{B}_{\text{ind}} = -\vec{B}_{\text{ext}} \Rightarrow \text{Abstoßung des Materials}$

Material baut eigenes, entgegen  $B_{\text{ex}}$  gerichtetes Magnetfeld  $M$  auf

$$M = \kappa H$$

Diamagnete:  $\kappa < 0$ ,  $-14 \times 10^{-6}$  (Wismuth),  $\kappa = -0,72 \times 10^{-6}$   $\text{H}_2\text{O}$  (sehr schwach)

Supraleiter: idealer Diamagnet, da vollständiges Verdrängen von  $B_{\text{ex}}$  aus dem Supraleiter  
 $\Rightarrow$  Supraleiter schwebt im externen B-Feld

## 10.3 Paramagnetismus

- Exp.** 1) Aluminium wird in B-Feld hineingezogen

Atomstruktur: Spin- & Bahnmomente *aller Elektronen eines Atoms* bilden  $\vec{\mu} \neq 0$

Festkörper: Wärmebewegung ergibt statistische Verteilung aller Atom-Momente  
 $\Rightarrow$  Festkörper ist nicht magnetisiert

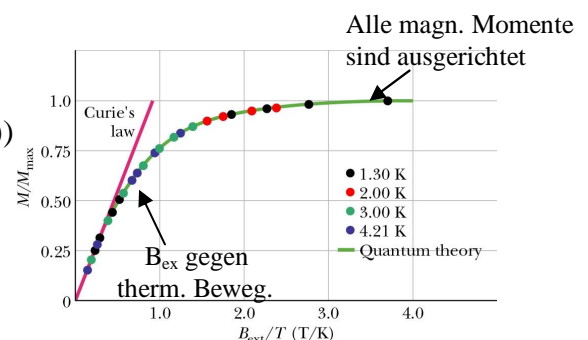
Prozess in  $B_{\text{ex}}$ : Ausrichtung aller magn. Momente der Atome

$\Rightarrow$  Paramagnet wird in  $B_{\text{ext}}$ -Feld gezogen

$\Rightarrow$  Paramagnete:  $\kappa > 0$  ( $\kappa = +19 \times 10^{-6}$  Platin)

$$\Rightarrow \underline{\underline{M = \frac{C}{T} H}} \quad (\text{Curiegesetz, Piere Curie 1895))$$

Wärmebewegung u. H-Feld sind gegenläufig





## 10.4 Ferromagnetismus

**Exp.** 1) Fe wird in B-Feld hineingezogen

Atomstruktur: Spin- & Bahnmomente *aller Elektronen eines Atoms* bilden  $\vec{\mu} \neq 0$

Festkörper: Quantenmechan. Wechselwirkung richtet die atomaren Momente aus  
=> permanenter Magnet

Prozess in  $B_{\text{ext}}$ : Ausrichtung aller atomaren magn. Momente

=> wird in  $B_{\text{ext}}$ -Feld gezogen

Temp.abh. wenn  $T > T_C$  (Curietemp.) => Wärmebewegung stärker als quantenmechan.

Ausrichtung der atomaren Momente => Verhalten wie Paramagnet

$$\underline{\underline{M = \frac{C}{T - T_C} H}} \quad \text{für } T > T_C$$

Materialien: Fe, Co, Ni, seltene Erden Gd, Dy, Er, Häusler-Verbindungen

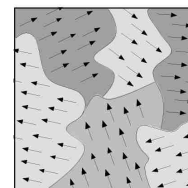
$\kappa \sim 100 - 10000$ ,  $\kappa > 0$ , stark abh. von  $B_{\text{ex}}$  und Vorgeschichte

### Weißsche Bezirke

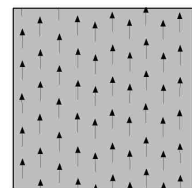
Einzelne Kristallbereiche mit einheitlicher Magnetisierung,

aber jeder Bereich hat seine eigene Magnetisierung

=> Summe der Magnetisierung aller Bereiche kann Null sein



externes Feld  $B = 0$   
Magnetisierung  $M = 0$



$B \gg 0$   
 $M = M_{\text{sat}}$

Wirkung im externen B-Feld:

- Ausrichtung der magn. Momente der Weißschen Bereiche durch  $B_{\text{ext}}$
- Wachstum der Weißschen Bereiche durch Wandverschiebung (Blochwände)

Wachstum kann man beobachten:

- Fehlstellen im Kristall hemmen das Wachsen der Bereiche / Wandverschiebung
- sprunghaftes Ändern der Magnetisierung => Barkhausen-Rauschen

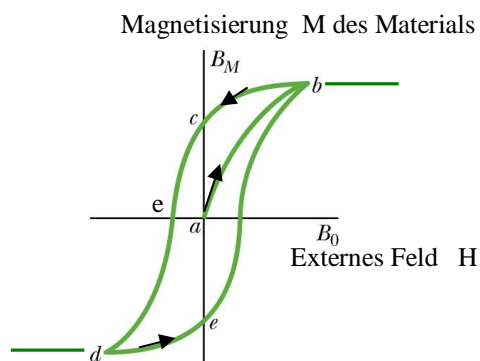
### Hysteresiskurve

Neukurve  $a \Rightarrow b$

Sättigung  $b, d$

Remanenz  $c$

Koerzitivfeld  $e$



Datenspeicher: Remanenz wichtig

Daten Schreiben: Koerzitivfeld klein halten („weiche“ Magnete)

**Exp.** Hysteresiskurve

**Exp.** Barkhausen-Rauschen in Spule  $\Rightarrow U_{\text{ind}} = -d\Phi_B/dt$  Verstärker / Lautsprecher

### 10.5 Anwendung von Ferromagneten

1. permanente Magnetisierung (Remanenz) in Datenspeicher, Permanentmagn.
2. Verstärkung durch großes magn. Moment  $\kappa \sim 100 - 10000$
3. Magnetische Flussführung im Transformator / Polschuh
4. Induktionsschleifen vor Ampel, Orts- / Längenmessung

Zu 2. Eisenkern mit eigener Magnetisierung  $M$  verstärkt B-Feld

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \Rightarrow \text{Fluss } \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

**Exp.** 2 Spulen: a) ohne, b) mit Eisenkern ziehen an Faden hängendes Eisenstück verschieden stark an

Zu 4.  $U_i = -\frac{dN\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$  Induktion

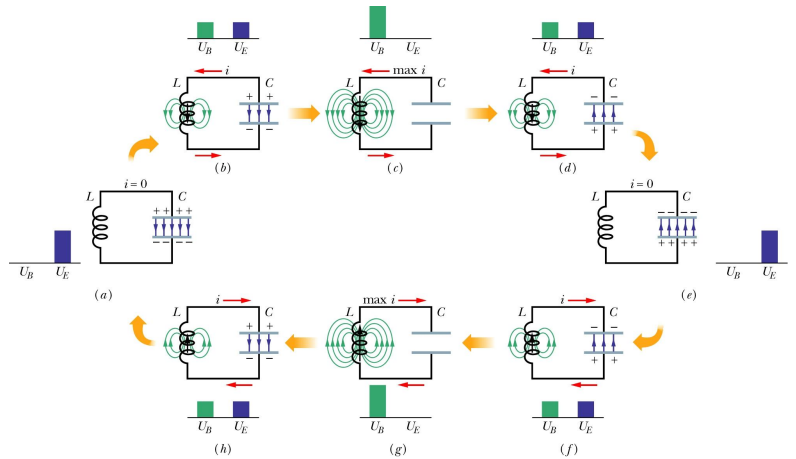
$\Rightarrow \underline{\underline{L = \mu \mu_0 n^2 l A}}$  Induktivität der Spule mit Eisenkern

**Exp.** Induktionsschleife vor Ampel, Eisenteile des Autos ändern Fluss durch die Schleife

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.8, Fragen 4.8.1 – 4.8.6

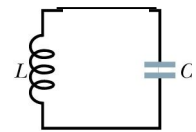
### 11 Wechselstrom & Schwingkreis

Kondensator und Spule können Energie speichern. Die Kopplung von Kondensator & Spule ermöglicht den periodischen Energieaustausch zwischen ihnen wie bei einem Pendel. Die Schwingungsdauer erhält man aus den entsprechenden Zeitkonstanten.



#### 11.1 LC-Schwingkreis (ungedämpft)

$$E = E_e + E_{mag} = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} LI^2$$



Energie-Erhaltung, da  $R = 0 \Rightarrow dE = 0$

$$\Rightarrow 0 = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} \right) = \frac{q}{C} \left( \frac{dq}{dt} \right) + LI \left( \frac{dI}{dt} \right)$$

$$\Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0 \quad \text{Schwingungsgleichung} \quad (\text{mit } I = dq/dt, dI/dt = d^2q/dt^2)$$

Lsg  $q(t) = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$  ableiten u. einsetzen in DGL

$$\Rightarrow (-L\omega^2 + 1/C) q_0 \cos(\omega t + \varphi) = 0$$

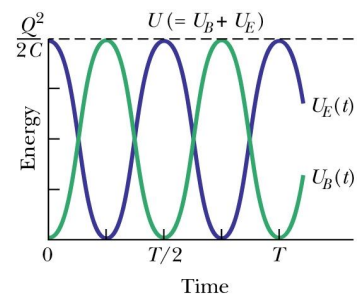
$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{Schwingungsfrequenz}$$

Energie-Schwingung

$$E_e = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_{mag} = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} L\omega^2 q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = E_e + E_{mag} = \frac{q_0^2}{2C} (\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi)) = \frac{q_0^2}{2C} = \text{konstant}$$

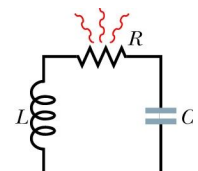


#### 11.2 LCR Schwingkreis (gedämpft)

ein Teil der Energie geht am ohmschen Widerstand R als Wärme verloren

$$P = -dE/dt = -I^2 R$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = -I^2 R \quad (I = dq/dt \text{ wird gekürzt})$$



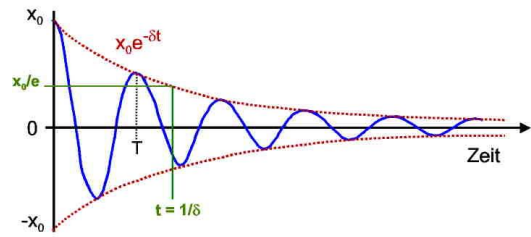
$$\Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0$$

DGL gedämpfte Schwingung

$$\text{Lsg } q(t) = \underbrace{q_0 e^{-\frac{R}{2L}t}}_{\text{Dämpfungsterm}} \underbrace{\cos(\omega t + \varphi)}_{\text{Schwingungsterm}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \quad \text{Eigenfrequenz}$$

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad \text{Dämpfung}$$



Energie im Kondensator

$$E(t) = \frac{q(t)^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} e^{-\frac{Rt}{L}} \cos^2(\omega t + \varphi) \quad (\text{mit } R \ll L, \text{ so dass } \omega = (1/LC)^2)$$

### Schwingungen

System	Feder-Masse	LCR-Oszillator
Feder-Energie	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} kx^2$	Kondensator $E_{\text{el}} = \frac{1}{2} (1/C)q^2$
Masse-Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} mv^2$	Spule $E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} LI^2$
Reibung	$b = F/v$	Widerstand $R = U/I$
Geschwindigkeit	$v = dx/dt$	Strom $I = dq/dt$
Eigen-Frequenz	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$	$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$
Schwingung	$x(t) = x_0 e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \varphi)$	$q(t) = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi)$

### 11.3 Wechselstrom

Vorteil Wechsel- gegenüber Gleichstrom: Induktion für Spannungs-Transformation nutzbar

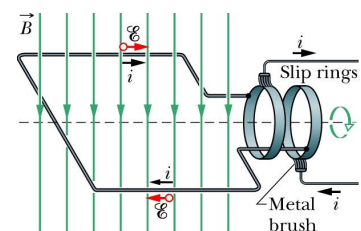
Herstellung: Rotation einer Drahtschleife im B-Feld

Spannung:  $U(t) = U_{a0} \sin \omega_a t$

Frequenz:  $f_a = 50 \text{ Hz}$  (Europa)

Strom:  $I(t) = I_0 \sin(\omega_a t - \varphi)$

Phasenkonst.:  $\varphi$  abh. vom Stromkreis



## 11.4 Erzwungene Schwingung

ist Thema der VL Elektrotechnik im 3. Semester

## 11.5 Leistung in Wechselstromkreisen

was meint man, wenn man sagt, die Steckdose gibt eine Wechselspannung von 230 V, obwohl sich  $U(t)$  doch 50 mal pro Sekunde ändert? Betrachte dazu RLC-Kreis aus 11.4,

Energiequelle:  $U(t) = U_{a0} \sin \omega_a t$

Leistung am Widerstand  $P_R = UI = RI^2 = R(I \sin \omega_a t)^2$

gesucht:  $P_{gem}$  über längere Zeit gemittelter Leistungsverbrauch

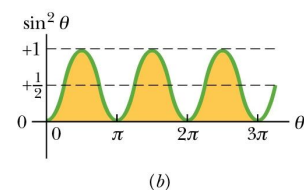
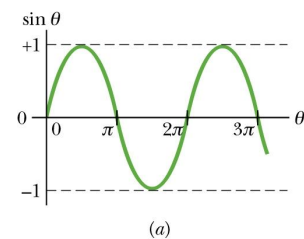
Mittelwertbildung von i)  $\sin x = 0$

ii)  $\sin^2 x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow P_{gem} = \frac{1}{2} RI^2$$

$$\Rightarrow P_{gem} = \left( \frac{I}{\sqrt{2}} \right)^2 R$$

Effektivwerte:  $\underline{I_{eff} = \frac{I}{\sqrt{2}}}, \quad \underline{U_{eff} = \frac{U}{\sqrt{2}}}$



Scheitelwert:  $U = 325 \text{ V}$  bei  $U_{eff} = 230 \text{ V}$

Amperemeter, Voltmeter bestimmen bei Wechselstrom  $I_{eff}, U_{eff}$

Ziel: identische Leistungsdefinition am Widerstand  $R$  für Gleich & Wechselstrom

Gleichstrom  $P_{gem} = RI^2$

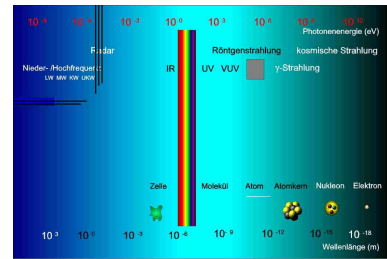
Wechselstrom  $P_{gem} = RI_{eff}^2$

**Messung:** siehe VL Elektrotechnik im 3. Semester

# Optik

## 1 Elektromagnetische Wellen

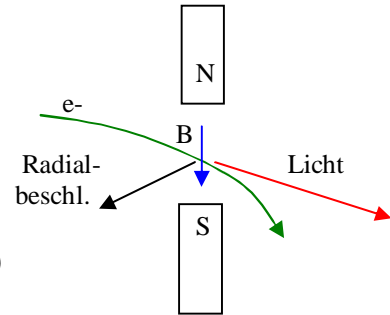
Licht ist eine elektromagnetische Welle, nur ein Teil des Spektrums ist für uns sichtbar



### 1.1 Erzeugung

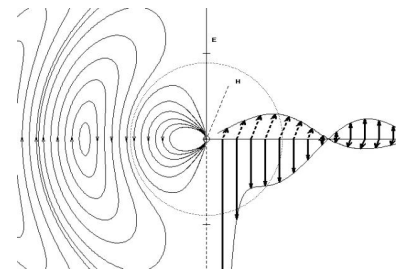
Beschleunigte Ladung strahlt EM Wellen ab:

- Bremsstrahlung in Röntgenröhre
- Synchrotronstrahlung im Ablenkmagneten
- Oszillierender Strom in Antenne
- Thermische angeregte Strahlung in Sternen (Sonne)

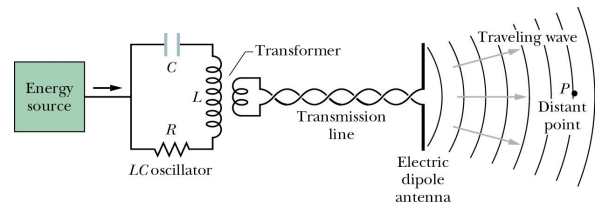


### Antenne / Mikrowellensender

- LC-Schwingkreis
- Antenne wird induktiv eingekoppelt
- Anregung des LC-Kreises um Strahlungsverluste (gewollt) auszugleichen
- Antennenstrom:  $I(t) = I_0 \sin \omega t$ ,  $\omega = \sqrt{1/LC}$



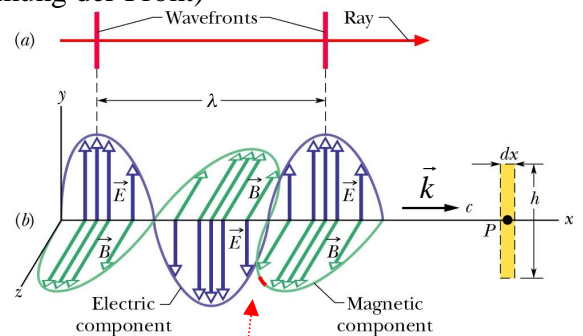
**Exp.** Radio, Resonanz einstellen



### 1.2 Eigenschaften

Ebene Welle weit entfernt von der Antenne (keine Krümmung der Front)

- transversal:  $\vec{E} \perp \vec{k}$ ,  $\vec{B} \perp \vec{k}$
  - $\vec{E} \perp \vec{B}$
  - $E(t) = E_0 \sin(kx - \omega t)$ ,  $B(t) = B_0 \sin(kx - \omega t)$
  - B- & E-Felder halten sich gegenseitig am Leben
  - kann sich ohne Medium ausbreiten
  - Lichtgeschwindigkeit  $c = 299\,792\,459 \text{ m/s}$  (Definition des Meters)
- ist unabh. von Geschw. des Beobachters (spez. Relativitätstheorie)



### 1.3 Ausbreitung

#### a) B-Feld erzeugt E-Feld

betrachte roten Bereich in 1.2, B-Feld durch gelbe Schleife nimmt zeitlich ab

$$\frac{d\Phi_B}{dt} < 0 \Rightarrow B_{\text{ind}} \text{ parallel } B \text{ wird erzeugt (Lenz)}$$

=> Ring E-Feld muß gegen Uhrzeigersinn existieren

=> rechte Seite: E + dE, linke Seite: E

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{Faradays Induktionsgesetz}$$

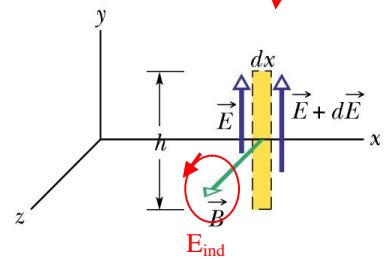
$$-\frac{d}{dt} B \cdot h dx = (E + dE)h - Eh = h dE \quad \text{denn auf Strecke } dx \text{ ist } E \perp dx$$

$$\Rightarrow -\frac{dB}{dt} = \frac{dE}{dx} \quad \text{genauer} \quad -\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial E}{\partial x} \quad B \text{ nimmt mit } t \text{ ab, } E \text{ nimmt mit } x \text{ zu}$$

anwenden auf Wellenfunktion

$$\frac{\partial E}{\partial x} = kE_0 \cos(kx - \omega t), \quad \frac{\partial B}{\partial t} = -\omega B_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = c \quad \text{Verhältnis von E- zu B-Feld ergibt die Lichtgeschwindigkeit}$$



#### b) E-Feld erzeugt B-Feld

betrachte zeitl. abnehmendes E-Feld bzw. elektr. Fluß  $\Phi_E$  durch Schleife

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \text{maxwellsches Induktionsgesetz}$$

(siehe Elektrodynamik 9.4)

$$\mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} E h dx = -(B + dB)h + Bh = -h dB$$

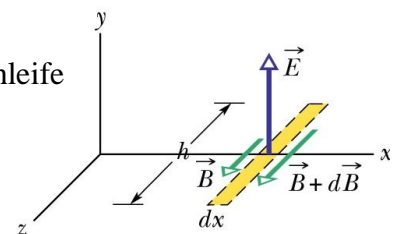
$$\Rightarrow \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial x} \quad B \text{ nimmt mit } x \text{ zu, } E \text{ nimmt mit } t \text{ ab}$$

mit den Ableitungen von E(t), B(t) aus 1.2 folgt

$$-kB_0 \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \epsilon_0 \omega E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\Rightarrow \frac{E_0}{B_0} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 (\omega/k)} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0 c} = c$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$$



### 1.4 Pointing-Vektor

Elektromagnetische Wellen übertragen Energie (z.B. Sonnenstrahlung), bei einem Radiowellen sender ist es die Energie, die man reinstecken muss um EM-Wellen zu erzeugen

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{Pointingvektor} = \text{Leistung pro Fläche}$$

„Die Richtung des Pointingvektors gibt die Richtung der Wellenausbreitung und des Energietransportes an.“

Messgeräte erfassen meist das E-Feld, also folgt mit  $E/B = c$  (aus 1.3.a)

$$\Rightarrow \underline{\underline{S = \frac{1}{\mu_0 c} E^2}}$$

Intensität I (Bestrahlungsstärke) der Welle ergibt sich aus zeitlicher Mittelung von E

$$\Rightarrow \underline{\underline{I = S_{gem} = \frac{1}{\mu_0 c} \frac{1}{2} E_0^2}} \quad \text{mit } E(t)^2 = E_0^2 \sin^2 \omega t = \frac{1}{2} E_0^2$$

isotrope Quelle strahlt kugelförmig ab

$$\Rightarrow \underline{\underline{I = \frac{P}{4\pi r^2}}} \quad \text{Intensität nimmt mit } r^2 \text{ ab, vergleiche } E \sim 1/r, \Rightarrow E^2 \sim 1/r^2$$

Wo steckt die Energie der EM-Welle?

$$\rho_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 B^2 \quad (\text{mit } E = B c)$$

$$\Rightarrow \rho_{el} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} B^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} = \rho_{mag}$$

Energie teilt sich gleichmäßig im E- und B-Feld auf!

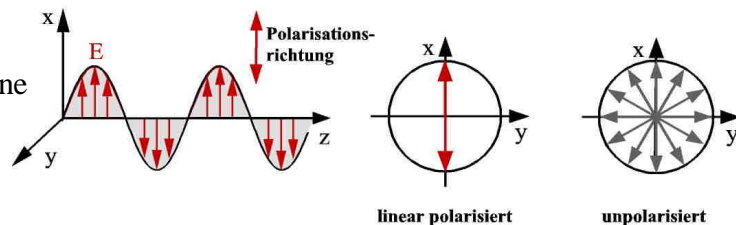
### 2.1 Polarisation

linear polarisiert E-Feld schwingt immer in gleicher Ebene

Hertzscher Dipol strahlt linear polarisierte Wellen ab

Strahlt Quer zur Antenne

Strahlt Nie längs der Antenne



Laserlicht meist linear pol.

Unpolarisiert viele Wellenzüge mit beliebigen Schwingungsebenen der E-Felder  
Vektorielle Aufteilung aller Komponenten in gleiche x- y-Anteile

Sonne, Glühlampe unpolarisiert, da statistisch emittierte Wellenzüge jeder Polarisation

Pola-Messung Beweis, dass Licht transversale EM Welle ist



## 2.2 Polarisationsfilter

Polaroidfolien: Kunststoffe mit parallel angeordneten, langkettigen Molekülen

Prinzip: Absorption des lin. Pol. Lichtes, wenn E-Feld parallel zu Molekülen  
 Langes Molekül wirkt wie Hertzscher Dipol, Anregung der Elektronen  
 Wellen mit E quer zum Molekül werden nicht absorbiert

Nomenklatur: Pol-Filter absorbiert Welle mit E quer zur Polarisationsrichtung des Filters

**Exp.** Mikrowellensender und Drahtnetz

**Exp.** 2 Polfilter, der erste polarisiert linear, der zweite analysiert lin. Pol. Licht

### Polarimeter

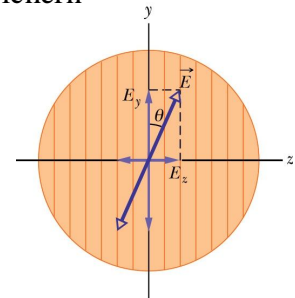
Aufbau zur Messung von Effekten mit linear polarisiertem Licht,

Anwendung: Biologie, Chemie, Physik Lesegeräte von magn. Datenspeichern

Lin pol. Licht fällt auf Pol-Filter unter Pol-Winkel  $\theta$

=> Durchgelassene Komponente  $E_y = E_0 \sin\theta$

=>  $I = E_y^2 = E_0^2 \sin^2\theta$  Intensität hinter Analysator

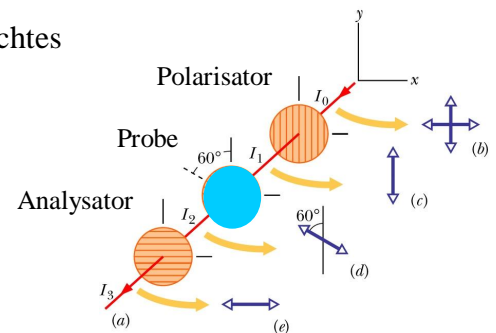


**Messung:** Polarisator & Analysator 90° verdreht => Lichtabsorption

Probe steht in der Mitte, dreht die Polarisation des Lichtes

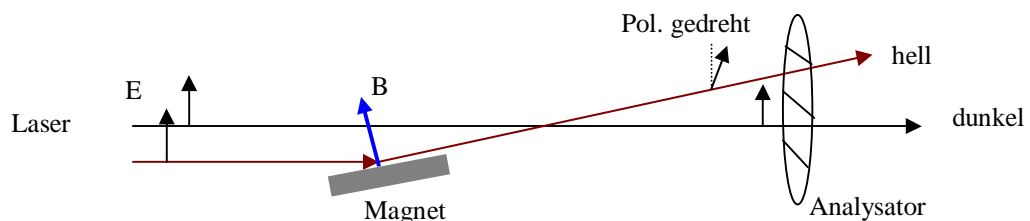
=> Analysator drehen, bis wieder Lichtauslöschung

=> Drehwinkel: Drehung der Pol. durch die Probe



**Exp.** Rohrzuckergehalt bestimmen, Laser + 2 Polfilter

**Exp.** Flüssigkristallanzeige, Kerr-Effekt



**Anwendung** - Messung magnetischer Bits auf Speicherplatte

- Messung der Hysteresekurve ohne Hallsonde

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 4.9 ohne Maxwell-Gl.; Fragen 4.9.1 – 4.9.10

### 3 Strahlenoptik: Reflexion & Brechung

geometrische Optik: Lichtausbreitung wird durch Lichtstrahlen behandelt

Betrachte Übergang zwischen zwei Medien (z.B. Luft / Glas)

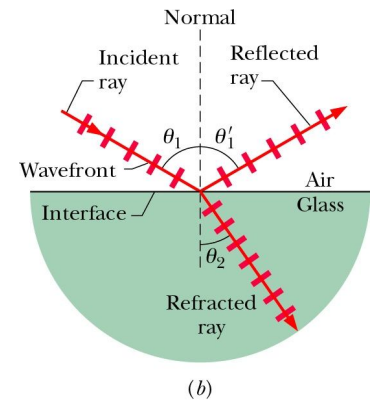
Einfallsebene: definiert durch einfallenden, reflektierten, gebrochenen Strahl

Normale: senkrecht zur Grenzfläche

Lichtweg: von Medium 1 nach Medium 2

Reflexion  $\theta_1 = \theta_1'$  Einfallswinkel = Ausfallswinkel

Brechung  $\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$  Snellius-Gesetz



**Exp.** Reflexion / Brechung am Glasmodell zeigen

Brechungsindex  $n_1, n_2$  Materialkonstanten, ohne Einheit;  
Optische Dichte des Mediums

$$n = \frac{c_{vac}}{c_{material}} \quad c_{vac}: \text{Lichtgeschwindigkeit, im Vakuum / Material}$$

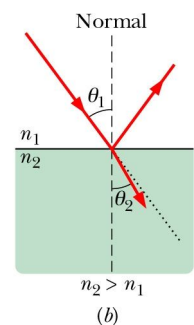
Herleitung durch das Wellenmodell später

Material	Vakuum	Luft	Quarzglas	Kronglas	Diamant
n (589 nm)	1	1,00029	1,46	1,52	2,42

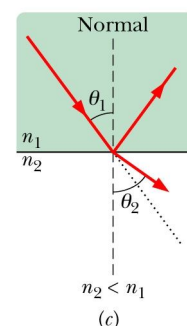
Brechung:  $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$

Fall 1)  $n_1 < n_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$  Brechung zum Lot hin

Fall 2)  $n_1 > n_2 \Rightarrow \theta_1 < \theta_2$  Brechung vom Lot weg



**Exp.** Lichtbrechung / Reflexion Fälle 1), 2), 3) Totalreflexion,  
Laserpointer mitnehmen



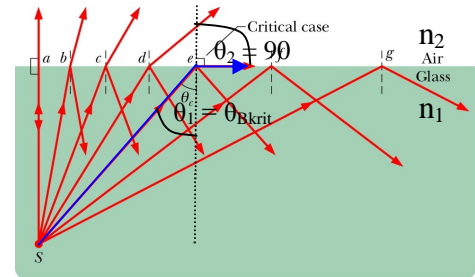
### 3.2 Totalreflexion

Lichtübergang vom optisch dichteren ins dünnere Medium (z.B. Wasser ( $n_1$ ) => Luft ( $n_2$ ))

Grenzwinkel  $\theta_1 > \theta_{krit}$  => Totalreflexion, Licht geht nicht vom dünnen ins dichte Medium

aus 
$$\sin \theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2$$

=> 
$$\underline{\underline{\sin \theta_{krit} = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1}}}$$



Grenzwinkel  $\theta_1 > \theta_{krit}$  => Totalreflexion, Licht geht nicht vom dünnen ins dichte Medium

**Exp.** Totalreflexion, Lichtleiter, Fasern Führung im Wasserstrahl !

**Anwendung:** Lichtleiter in der Medizintechnik, Magenspiegelung,

beachte: Lichtleiter ist außen nicht notwendigerweise verspiegelt !!

Halbleiterlaser: Strahlführung durch Brechungsindexprofil, Datenübertragung

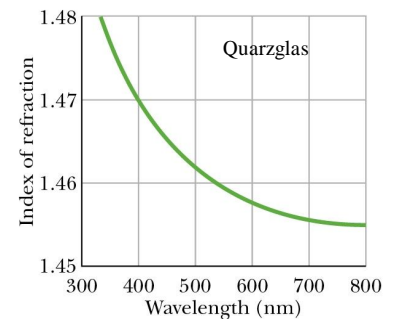
### 3.3 Dispersion

Lichtfarbe: definiert durch Wellenlänge des Lichtes

Weißes Licht: Summe aller sichtbaren Komponenten

Dispersion: „Brechungsindex des Mediums (nicht bei Vakuum) hängt von der Wellenlänge des Lichtes ab“.

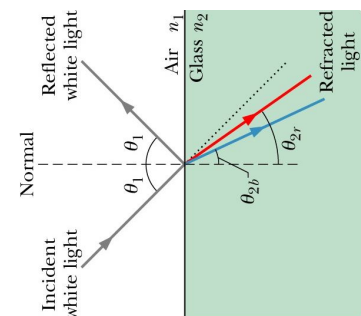
**Exp.** chromatische Dispersion am Glasprisma



Dispersion  $n(\lambda): n_2(\text{blau}) > n_2(\text{rot})$

Snells Gesetz 
$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \Rightarrow \theta_2 \sim \frac{n_1}{n_2}$$

Übergang Luft  $n_1 = 1 \Rightarrow$  Glas  $n_2 > 1$   
 $\theta_2(\text{blau}) < \theta_2(\text{rot})$



**Anwendung:** Prismen-Spektrometer, Materialanalyse von Gasen, Festkörpern

### 3.3 Brewster-Polarisatoren

(Sir D. Brewster 1812)

„Wird Licht unter dem Brewsterwinkel reflektiert, so ist es teilweise polarisiert mit der Schwingungsrichtung des E-Feldes senkrecht zur Einfallsebene.“

Prinzip: Reflexion = Strahlung der Moleküle wie Hertzscher Dipol

Anregung der Moleküle durch einfallendes E-Feld

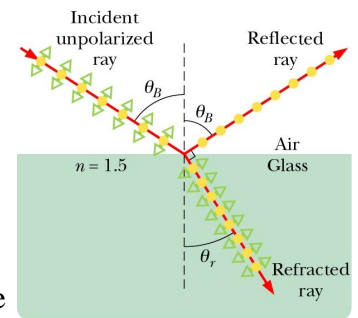
Hertzscher Dipol strahlt nicht in Längsrichtung

=> wenn  $\theta_B + \theta_2 = 90^\circ$  => kein E-Feld parallel zur Einfallsebene

nur E-Feld senkrecht zur Einfallsebene

$$\sin \theta_B = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_2 = \frac{n_2}{n_1} \sin(90^\circ - \theta_B) = \frac{n_2}{n_1} \cos \theta_B$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\tan \theta_B = \frac{n_2}{n_1}}}$$



● Component perpendicular to page  
 ◀▶ Component parallel to page

**Exp.** Polfilter verteilen, Reflexion an Glasplatte auslöschen

Anwendung: Brillen mit Polfilter-Schicht zur Reflexverminderung

## 4 Optische Abbildung

### 4.1 reell / virtuell

Bildtypen zur Beschreibung von Abbildungsoptiken (Spiegel, Lupe, Fernglas, Mikroskop):

a) Reell: lassen sich wirklich auf einer Fläche (Photoplatte) abbilden

b) virtuell: entstehen im Gehirn des Betrachters, nicht dort abbildbar, wo sie erscheinen

**Exp.** Spiegel, Foto hinter dem Spiegelglas nicht möglich

### 4.2 Ebene Spiegel

Reflexion des Strahls in eine Richtung (keine diffuse Streuung)

Bildkonstruktion des leuchtenden Gegenstandes:

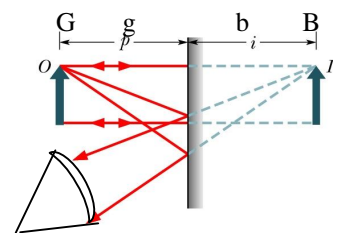
Gegenstand: G: Größe (Höhe), g: Gegenstandsweite

Bild B: Größe des Bildes b: Bildweite

i) betrachte 2 Strahlen eines Objektpunktes, die das Auge erreichen

ii) verlängere reflektierte Strahlen bis zum Schnittpunkt => virtuelles Bild

iii) beachte spezielle Optik, hier ebener Spiegel:  $-b = g$



### 4.3 Kugelspiegel (sphärisch)

Ausschnitt einer verspiegelten Kugel mit Radius  $r$

#### Konkav:

nach innen gewölbt zum Krümmungsmittelpunkt  $C$

Brennpunkt: Parallele Strahlen werden in  $F$  gebündelt

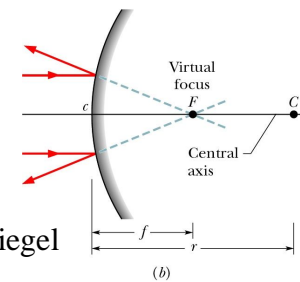
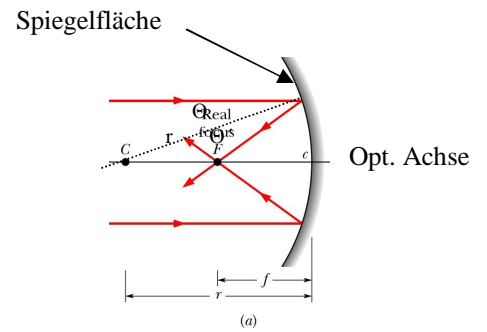
Brennweite:  $f = \frac{1}{2}r$       Reeller Fokus

#### Konvex:

nach außen gewölbt

Brennpunkt:  $F$  Verlängerung der reflektierten Strahlen hinter dem Spiegel

Brennweite:  $f = -\frac{1}{2}r$       neg., virtueller Fokus

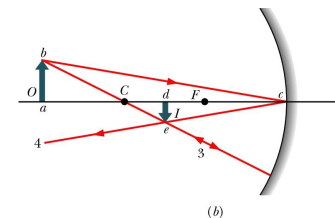
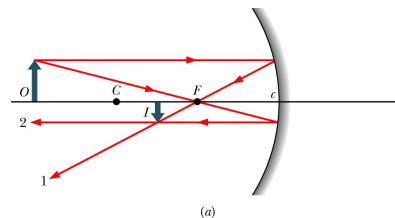


**Exp.** parallele Lichtstrahlen an konkav / konvexem Spiegel reflektieren, Papier in Brennpunkt halten, zeigen virtuell / reell, Autoscheinwerfer, Kerze im Fokus anzünden

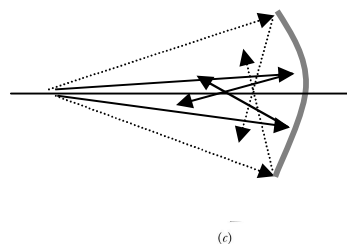
#### Bildkonstruktion: Hauptstrahlen

- 1) parallele Strahlen zur opt. Achse werden durch den Brennpunkt  $F$  reflektiert
- 2) Strahlen durch Brennpunkt werden parallel zur opt. Achse reflektiert
- 3) Strahlen durch Krümmungsmittelpunkt  $C$  werden in sich reflektiert
- 4) Strahlen die im Scheitelpunkt (Schnitt opt. Achse / Spiegel) einfallen werden symmetrisch zur opt. Achse reflektiert

=> Bildpunkt: Schnittpunkt der Hauptstrahlen



Beachte: gilt nur für achsennahe Strahlen



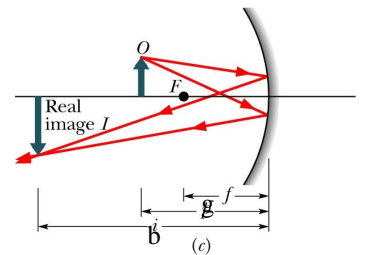
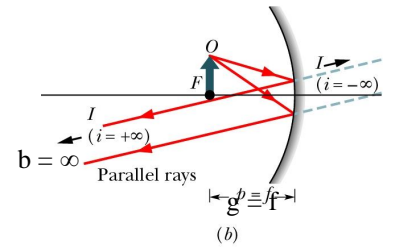
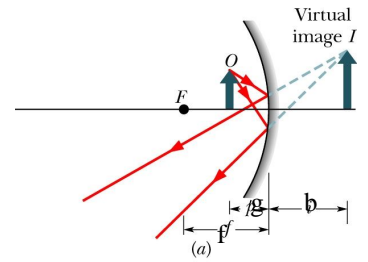
Fokus wandert => Bild wird unscharf

Fälle: a)  $0 < g < f$  virtuelles Bild, seitenrichtig, hinter dem Spiegel

b)  $g = f$  kein Bild, (bei unendlich)

c)  $g > f$  reelles Bild, seitenverkehrt, vor dem Spiegel

Abbildungsgleichung: 
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$



**Abbildungsmaßstab m**

Vergrößerung:  $|m| > 1$ , Verkleinerung:  $|m| < 1$

$$m = \frac{B}{G} = \frac{\text{Bildgröße}}{\text{Gegens tan dsgröße}}$$
 (ohne Beweis folgt: )

$$m = -\frac{b}{g}$$
 Vorzeichen pos.: Bild aufrecht, neg: Bild steht Kopf

Bild reell => b positiv, virtuell => b negativ

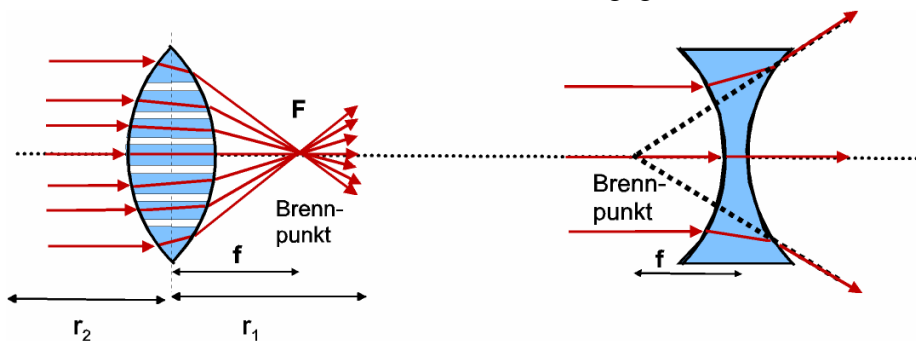
**Bsp.** ebener Spiegel:  $g = -b \Rightarrow m = +1$  Vorzeichen pos: Bild ist aufrecht

**4.4 Abbildung mit dünnen Linsen**

**Exp.** optische Bank mit Dia, Weinglas u. Schirm

**4.4.1 Grundlage**

wir betrachten nur dünne Linsen, d.h. Materialdicke klein gegen Brennweite



Sammel-Linse (konvex)

Zerstreuungs-Linse (konkav)

Geometrie Mitte dicker  
 Brennpunkt reell  
 Brennweite  $f > 0$

Mitte dünner  
 virtuell  
 $f < 0$

Schleifformel:  $\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$  (beachte  $r_2$  neg.)

Linsengleichung:  $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$  b: Bildweite, g: Gegenstandsweite

Brechkraft  $D = \frac{1}{f}$  [D] Dioptrien 1dpt = 1/m

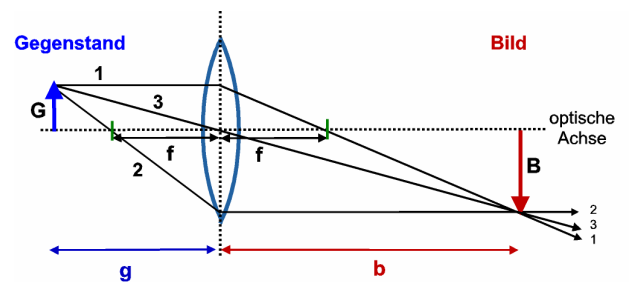
Brillengläser: 1 – 5 Dioptrien.

Linsencombination:  $D = \sum D_j$  (j dicht hinter einander stehende, dünne Linsen)  
Brechkraft, nicht Brennweite addieren!

### Bildkonstruktion

- 1) Strahlen parallel zur opt. Achse werden durch Brennpunkt gebrochen
- 2) Brennpunktstrahl wird parallel zur opt. Achse gebrochen
- 3) Mittelpunktstrahl wird nicht gebrochen

=> Bildpunkt = Schnittpunkt der Hauptstrahlen

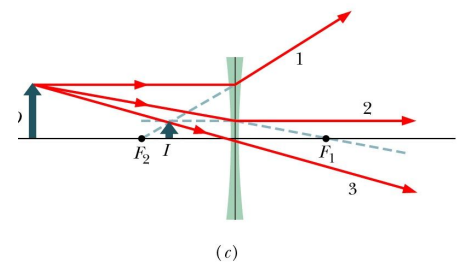


### Fälle für Sammellinsen:

- a)  $2f > g > f$  reelles, vergrößertes Bild (siehe Abb.)
- b)  $g \gg f$  Bild im Brennpunkt der Linse
- c)  $g > 2f$  verkleinertes, reelles Bild
- d)  $0 < g < f$  virtuelles Bild, Linse als Lupe

### Zerstreuungslinse

Erzeugen immer virtuelle Bilder



**Exp.** optische Bank mit Dia, verschiebbarer Linse u. Schirm  
um Linsengleichung zu zeigen

### 4.4.2 Vergrößerung

1 Abbildungsmaßstab:  $m = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

Größenverhältnis Bild B / Gegenstand G

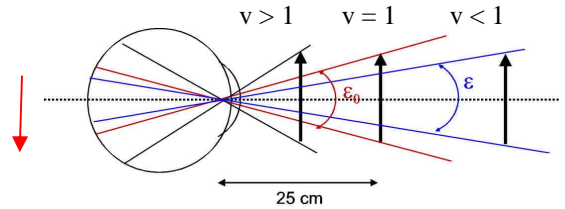
2) Winkelvergrößerung:  $v = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$

bezogen auf Sehwinkel des menschl. Auges

Gegenstand 25 cm vor dem Auge =>  $v = 1$

(Min. Abstand zum Scharfstellen)

Ziel optische Geräte: Sehwinkel  $\epsilon$  vergrößern



Auflösung: Netzhaut trennt 2 Punkte, wenn Sehwinkel  $\alpha \sim 1' = 1/60^\circ$

### 4.5 Optische Geräte

**Exp.** Lochkamera: Hörsaal verdunkeln

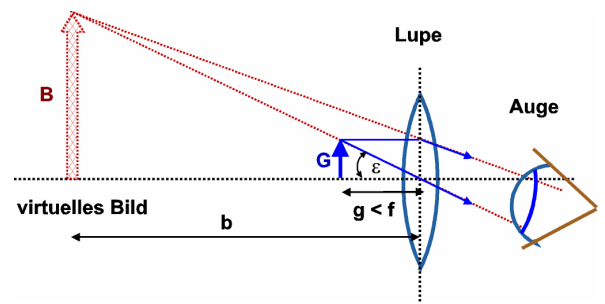
#### 4.5.1 Lupe

virtuelles Bild  $0 < g < f$  Arbeitsbereich

Winkel  $\tan \epsilon_0 \approx \epsilon_0 = \frac{G}{25 \text{ cm}}$ , (ohne Lupe)

Vergrößerung max.  $g = f \Rightarrow \tan \epsilon \approx \epsilon = \frac{G}{f}$

Vergrößerung  $v = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \approx \frac{25 \text{ cm}}{f}$



#### 4.5.2 Mikroskop

Ziel: Beobachtung von kleinen, nahen Gegenständen

Objektiv  $f_{ob}$  nahe am Gegenstand

Gegenstand  $g > f_{ob}$  mit  $g \approx f_{ob}$

Okular  $f_{ok}$  am Auge

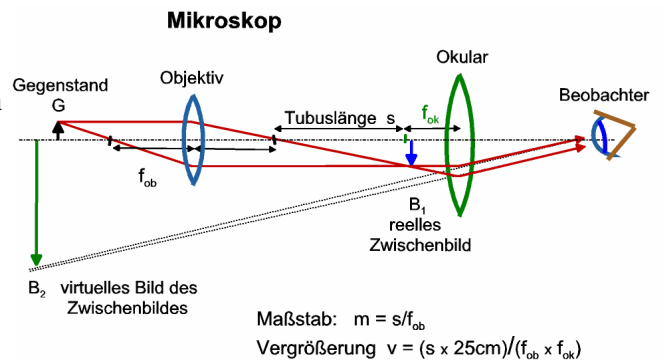
Bild  $B_1$  reell, vergrößert nahe bei  $f_{ok}$

Tubuslänge  $s$  Abstand der Fokuspunkte  $F_{ob}, F_{ok}$  meist 16 cm

Scharf stellen:  $s$  variieren so dass Bild nahe bei  $f_{ok}$  liegt

Bild  $B_2$  virtuelles Bild des vom Objektiv erzeugten (reellen) Bildes (seitenverkehrt)

Abbildungsmaßstab  $m = \frac{B_1}{G} \approx \frac{s + f_{ob}}{g} = \frac{s}{f_{ob}}$  (mit  $s \approx s + f_{ob}, g \approx f_{ob}$ )





Vergrößerung 
$$v = m \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{s}{f_{ob}} \frac{25 \text{ cm}}{f_{ok}}$$

### 4.5.3 Kepler-Fernrohr

Ziel: Beobachtung von großen, weit entfernte Gegenständen (Mond)

aufgebaut wie Mikroskop mit 2 Sammellinsen, aber 2 Unterschiede:

- 1) Objektiv  $f_{ob}$  größer als im Mikroskop
- 2) Foki  $f_{ob}$  und  $f_{ok}$  fallen zusammen

Gegenstand  $g \gg f_{ob}$  mit  $g \approx \infty$

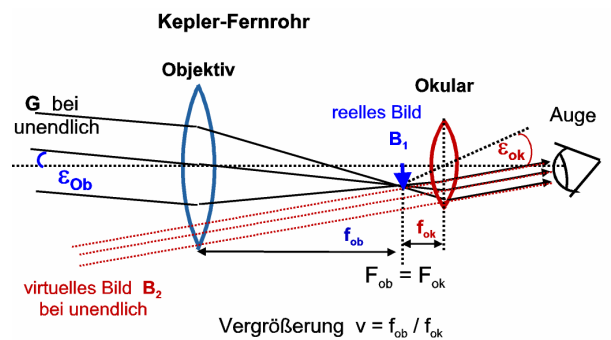
Zwischenbild  $B_1$  reell, fast in  $f_{ob}$  und fast in  $f_{ok}$

End-Bild  $B_2$  virtuell, bei unendlich

Mit 
$$\varepsilon_{ob} \approx \tan \varepsilon_{ob} = -\frac{B_1}{f_{ob}}$$

$$\varepsilon_{ok} \approx \tan \varepsilon_{ok} = \frac{B_1}{f_{ok}}$$

=> Vergrößerung 
$$v = \frac{\varepsilon_{ok}}{\varepsilon_{ob}} = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$
 (v war def.: Ursprungswinkel / Betrachtungswinkel)



Fernglas: Umkehrprismen drehen Bild wieder um

Fernrohre: meist Hohlspiegel statt große Objektivlinsen, da Glaslinsen mit der Zeit fließen, große Spiegel präziser herstellbar

**Exp.** Mikroskop auf optischer Bank aufbauen

### 4.5.4 Das Auge

Formgebung, Fokussierung schlechter als bei billiger Kamera, große Abbildungsfehler, aber:

Kompensation durch Regelmechanismen

- Brechung a) Hornhaut (40 Dpt) (Übergang Luft–Haut größter optischer Kontrast)
- b) Linse (15 Dpt) kleine Brechkraft, Gewebe (Wasser) da kaum Kontrast zum Glaskörper  $n_{Linse} \sim n_{Glas}$ ,

Akkumodation Linsenkrümmung durch Ringmuskel

Schärfentiefe Irisblende variieren, Pupillendurchmesser 1 – 8 mm

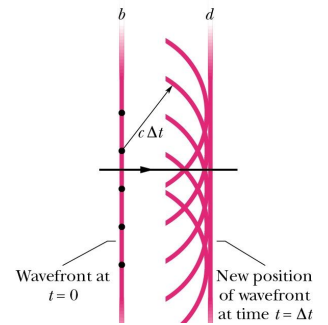


### 5. Lichtausbreitung in Materie

Strahlen geben nur die Ausbreitungsrichtung der Lichtwelle an. Brechung / Reflexion in der geometrischen Optik ergeben sich aus der Wellentheorie. Viele Lichtphänomene können nur über das Wellenmodell des Lichtes erklärt werden, wie z.B. Interferenz.

#### 5.1 Huygensches Prinzip (1678)

aus dem momentanen Ort einer Wellenfront kann jede zukünftige Position vorausgesagt werden (geometrisches Verfahren):



„Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt kugelförmiger Elementarwellen.“

Der Ort der Wellenfront ist gegeben durch die Tangente an die Sekundärwellen  $\lambda_1$  Incident wave

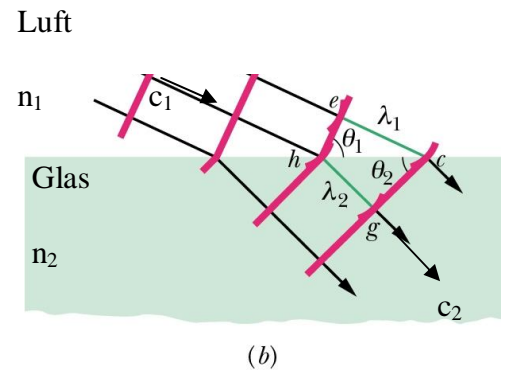
$t = 0$ : Wellenfront auf Linie ab Punkt: Zentrum der kugelfö

$t = \Delta t$  Ausbreitung um  $x = c\Delta t$  (Line cd)  $\Rightarrow$  Tangente = neue

#### 5.2 Brechungsgesetz

Ziel: Herleitung des Brechungsgesetzes mit dem Wellenmodell.

Wellenübergang Medium 1 (Luft)  $\Rightarrow$  Medium 2 (Glas)



	Luft	Glas
Wellenlänge	$\lambda_1$	$\lambda_2$
Geschwindigkeit	$c_1$	$c_2$
Brechungsindex	$n_1$	$n_2$

zur Zeit  $t = 0$ : Welle tritt durch Grenzfläche (Zentrum in h)

nach Zeit  $\Delta t = \lambda_1 / c_1$  Strecke ec in Luft zurück gelegt

$\Delta t = \lambda_2 / c_2$  Strecke hg in Glas zurück gelegt

$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$ , mit  $\sin \theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc}$ ,  $\sin \theta_2 = \frac{\lambda_2}{hc}$  folgt

$\Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2}$

definiere  $n_j = \frac{c}{c_j}$   $n_j$ : Brechungsindex, c: Lichtgeschw. im Vakuum,  $c_j$ : in Materie

$\Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$  Snells` Brechungsgesetz

**Exp.** Huygens-Wasserwellen, Doppelspalt, Brechung mit Wasser

**Fermatsches Prinzip:**

Licht sucht den Weg, auf dem es am schnellsten den Zielpunkt erreicht für Interessierte zum selber erarbeiten (Modell: Rettungsschwimmer läuft Teilstrecke am Strand / schwimmt Rest)

**5.3 Übergang Vakuum - Materie**

Werte im Vakuum:  $n = 1, \lambda, c, f$       Werte in Materie:  $n > 1, \lambda_{mat}, c_{mat}, f_{mat}$

A) Geschwindigkeit  $c_{mat} = \frac{c}{n}$  wird kleiner, da  $n > 1$

B) Wellenlänge  $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda}{\lambda_{mat}} = \frac{n}{1} \Rightarrow \lambda_{mat} = \frac{\lambda}{n}$  Wellenlänge wird kürzer

C) Frequenz  $c_{mat} = \lambda_{mat} f_{mat}$  in Materie

$\Rightarrow f_{mat} = \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = f$  Frequenz ändert sich beim Übergang nicht!

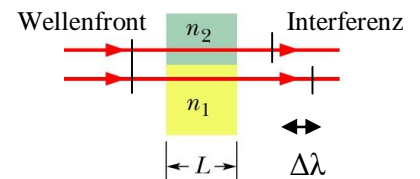
**5.4 Phasendifferenz**

Betrachte 2 parallele Strahlen, die 2 Medien durchqueren

Brechungsindex  $n_1 < n_2$

Geschwindigkeit  $c_1 > c_2$

$\Rightarrow$  Phasenverschiebung, Gangunterschied  $\Delta\lambda$  zwischen beiden Wellen



Zahl der Wellenzüge in Medium (1,2)

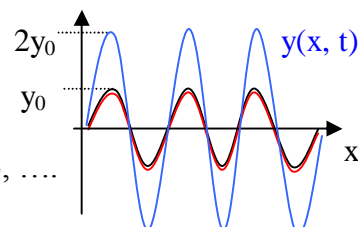
$$N_{1,2} = \frac{L}{\lambda_{1,2}} = \frac{Ln_{1,2}}{\lambda} \quad \lambda: \text{Wellenlänge im Vakuum}$$

$\Rightarrow$  Gangunterschied  $\Delta\lambda = N_2 - N_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$

Interferenz der Wellenzüge:

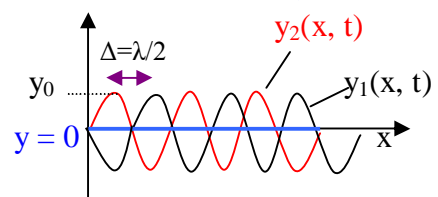
konstruktiv wenn:  $\Delta\lambda = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$

destruktiv wenn:  $\Delta\lambda = \frac{1}{2}(2m + 1)\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots$



Anwendung:

- Brechungsindex messen durch Interferenz
- Zeitverzögerung zwischen 2 Laserstrahlen einstellen



## Thermodynamik

Das Studium der inneren Energie von Systemen mit extrem vielen Teilchen durch Mechanik der individuellen Teilchen ist praktisch nicht möglich. Besser ist die statistische Beschreibung des ganzen Ensembles durch neue Größen: Temperatur, Druck, Wärme.

### 1. Temperatur und Energie

#### 1.1 Temperatur T

der menschliche Temperatursinn täuscht oft, z.B. Eisengeländer scheint im Winter kälter als Holz, da es mehr Wärme der Hand entzieht.

Temperatur T eines Gases wird über die kinetische Energie der Gas-Moleküle mit Masse m definiert. Betrachte nur Translation

individuelle Energie  $E_j = \frac{1}{2}mv_j^2$       Energieaustausch durch Stöße untereinander

=> mittlere Energie  $\langle E \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} kT \quad \text{(Herleitung später)}$$

$$k = 1,381 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad \text{Boltzmann-Konstante}$$

Temperatur [T] = K      beachte: keine Grad-Zeichen bei Kelvin!

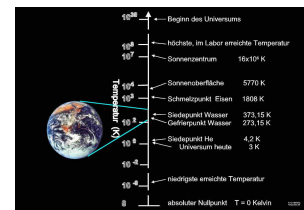
Kelvin,      SI-Basisgröße, man könnte T auch in Joule messen mit  $k = 1$

Minimal T = 0 K      nie erreichbar, da  $E > 0$ , vollständig ruhige Atome unmöglich

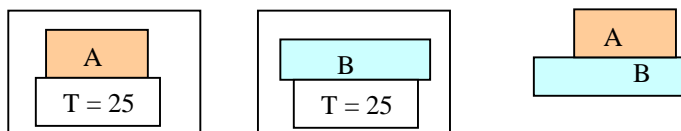
Maximal keine obere Grenze

#### 1.2. Nullter Hauptsatz

**Exp.** Thermoskop zeigen, d.h. Gerät, das Temp. anzeigt.



Temperaturmessung: Thermometer mit Objekt in Kontakt bringen und warten, bis beide im thermischen Gleichgewicht sind



Wenn sich zwei Körper A, B je im thermischen Gleichgewicht mit drittem Körper (Thermoskop) befinden, dann befinden sie sich auch untereinander im thermischen Gleichgewicht.

„Jeder Körper hat eine Eigenschaft, die man Temperatur nennt.“  
 Nullter Hauptsatz bildet die Grundlage zur Temperaturmessung.

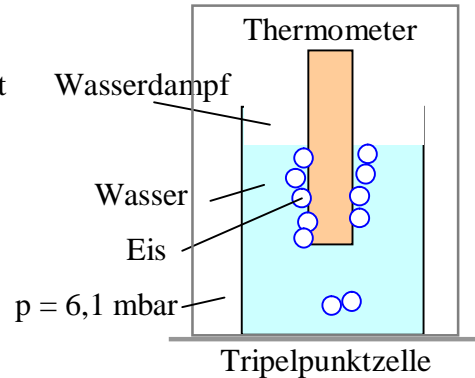
Eingeführt ca. 1930, nach Entwicklung der Thermodynamik

**1. 3. Temperaturmessung**

Definition der Temperaturskala durch ein reproduzierbares thermodynam. Phänomen, dem

Tripelpunkt: Eis – Wasser - Dampf im Gleichgewicht  
 $T_3 = 273,16 \text{ K}$ ,  $p_3 = 6,1 \text{ mbar}$

1 Kelvin = 1 / 273,16 te Teil  
 der Differenz Tripelpunkt - Nullpunkt



Beachte: Kelvin ohne Gradzeichen

Kein Unterschied zwischen Temperatur und Temperaturdifferenz; je in Kelvin

**Thermometer**

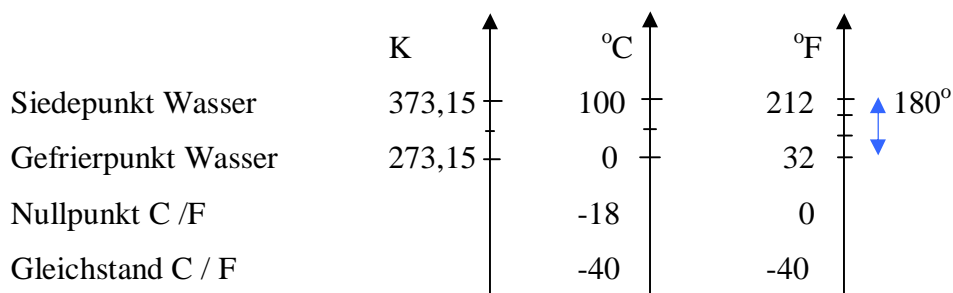
Direkteste Temperaturmessung wäre die Bestimmung der Molekülenergie <E> (Astrophysik)

$$T = \frac{2 \langle E \rangle}{3 k}$$

Technisch einfacher: Nutze Größen, die reproduzierbar von der Temperatur abhängen, wie:  
 Volumen, Länge, Druck, elektrischer Widerstand

**Celsius & Fahrenheit-Skalen**

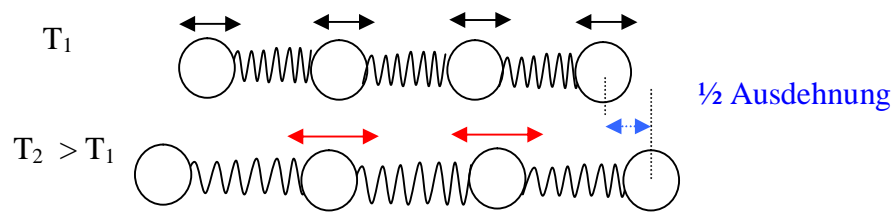
Celsius in Grad	Fahrenheit in Grad
Unterteilung: 1°C = 1K	1°F = 9/5 °C
Nullpunkt 0°C = 273,15 K	0°C = 32°F
$T_C = T - 273,15^\circ$	$T_F = 9/5 T_C + 32^\circ$



**Beachte:** Verwechsle nicht Temperatur mit Temperaturänderung  
 10 K  $\neq$  10°C, aber Temperaturunterschied von  $\Delta T = 10^\circ\text{C} = 10\text{K} = 18^\circ\text{F}$   
 generell: Temperaturangaben in Kelvin!

### 1.4 Wärmeausdehnung

Durch Wärme wird dem Körper Energie zugeführt. Atome schwingen um Gleichgewichtslage. Mit wachsender Energie können die Atome stärker schwingen, d.h. gegen die Bindungskräfte bewegen, d.h. weiter voneinander entfernen. D.h. der Körper dehnt sich aus.



Wärmeausdehnung: meist unerwünscht FOLIE SCHIENEN  
 Technisch vorbeugen: Dehnungsfuge durch Teer zwischen Betonplatten, Brückenbau

#### Längenausdehnung

Erhöht sich die Temperatur eines Stabes der Länge L um  $\Delta T$ , so nimmt seine Länge zu um:

$$L(T) = L(T=0) \cdot (1 + \alpha \Delta T) \quad \text{bzw.} \quad \Delta L = L \alpha \Delta T$$

$[\alpha] = 1/\text{K}$  Längenausdehnungskoeffizient

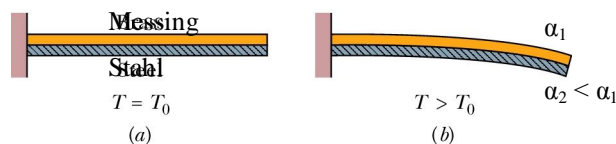
- Temperaturabhängig, aber bei  $T \sim 300\text{K}$  nahezu temperaturunabhängig
- Materialabhängig

Material	Stahl	Messing	Beton	Glas	Invar (FeNi)
$\alpha = 10^{-6} / \text{K}$	11	19	12	9	0,7

#### Technische Bedeutung:

- Aufbau aus zwei Materialien => Zerstörung bei Temperaturänderung vermeiden
- Cerankochfelder, Ausdehnungskoeffizient muss klein sein

**Exp.** Bimetallstreifen: Metalle mit unterschiedlichem  $\alpha$  verklebt, z.B. Messing, Stahl  
 $\Rightarrow$  Verbiegung, Anwendung als Thermoschalter (Bügeleisen), Thermometer



**Volumenausdehnung**

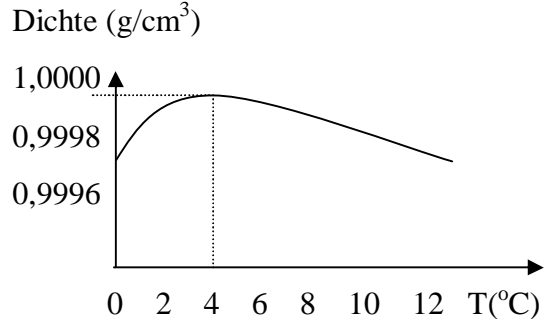
Erhöht sich die Temperatur eines Körpers mit dem Volumen  $V$  um  $\Delta T$ , so wächst es um

$\Delta V \equiv V 3\alpha \Delta T$  folgt aus der Längenausdehnung

Wasser verhält sich anders

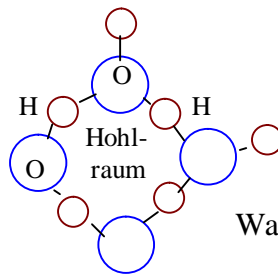
$T > 4^\circ\text{C}$ : dehnt sich, denn  $\alpha > 0$

$0 < T < 4^\circ\text{C}$ : zieht sich zusammen,  $\alpha < 0$



Eisstruktur

=> Kleinere Dichte,



Wasserstoffbrücken

FOLIE Eis

Eis (bei  $0^\circ\text{C}$ )  $\alpha = -51 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$  Eis wächst bei Abkühlung, für tiefere Temp.  $\alpha > 0$

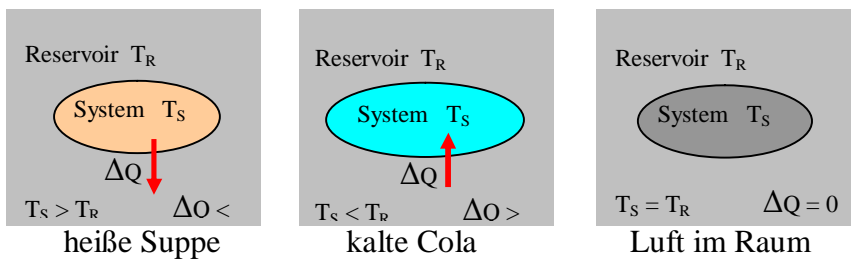
See friert an der Oberfläche zu, da Wasser / Eis mit  $\sim 0^\circ\text{C}$  geringere Dichte hat als Wasser mit  $4^\circ\text{C}$  und daher oben schwimmt. Wäre dies nicht so, würde das schwerere Eis zum Seeboden absinken, und der See von unten zufrieren und wohl auch im Sommer nicht auftauen.

**1.5 Temperatur & Wärme**

- a) Stellt man heiße Suppe auf den Tisch, so kühlt diese ab.
- b) stellt man kalte Cola aus dem Kühlschrank auf den Zimmertisch, so wärmt sie sich auf.

**Exp.** 3 Thermometer für a) Raumtemp. b) Eiswasser c) heißes Wasser, laufen lassen

**Modell:** System mit Temperatur  $T_S$  (Cola, Suppe, klein)  
 Reservoir mit Temp.  $T_R$  (Zimmer, groß, stabil gegenüber System)  
 Temperaturangleichung  $T_S \Rightarrow T_R$  Energieaustausch zwischen Reservoir und System





## Innere Energie

- besitzen die Atome eines Festkörpers, eines Fluids oder Gases
- in Form von Bindungsenergie und kinetischer Energie
- gemessen durch die Temperatur.

„Wärme  $\Delta Q$  ist die zwischen einem System und dem Reservoir aufgrund des Temperaturunterschiedes ausgetauschte innere Energie. „

- Einheit  $[\Delta Q] = \text{J}$  (Joule)
- ist *keine* intrinsische Eigenschaft des Körpers, das ist die Temperatur
- ist *kein* „Stoff“ der zwischen den Systemen fließt.

**Exp.** Lichtmühle: kinetische Energie der Atome steigt nach Energieaufnahme der Strahlung.

## Kalorie (cal)

Altes Maß der Wärmemenge zur Temperaturerhöhung von 1g Wasser von 14,5°C auf 15,5°C

$$1 \text{ cal} = 4,1860 \text{ J}$$

Beachte  $1 \text{ Cal} = 1\text{kcal}$  in der Ernährungswissenschaft (Kilo-Kalorie)

### 1.6.1 Wärmekapazität C

Proportionalitätskonstante zwischen aufgenommener/abgegebener Wärme Q und Temperaturänderung  $\Delta T$  eines Körpers

$$\underline{\Delta Q = C \Delta T} \quad \Delta T = (T_f - T_i)$$

$$[C] = \text{J} / \text{K}$$

**Beachte:** Begriff „Kapazität“ irreführend, da die Wärme nicht wie eine Substanz im Gefäß gespeichert wird. Wärmeeaufnahme heißt Energieaufnahme, kann beliebig fortgesetzt werden solange  $\Delta T$  besteht, d.h. das „Gefäß“ läuft nicht über (kann aber schmelzen, verdampfen)!

### 1.6.2 Spezifische Wärme $c$

bezieht sich auf das Material des Körpers, d.h. die atomare Struktur und ihre Fähigkeit Energie in Form von Wärme aufzunehmen. Normiert auf die Masse  $m$

$$\underline{\Delta Q = c m \Delta T}$$

$$[c] = \text{J} / (\text{kg K})$$

Bsp. Ganze Marmorplatte mit  $m = 851 \text{ g}$  hat:  $C = 749 \text{ J/K}$   
 Marmor selbst hat  $c = 880 \text{ J/(kg K)}$

Bsp. Wasser wurde benutzt um Kalorie zu definieren  
 $\Rightarrow c = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)} = 4190 \text{ J/(kg K)}$

Bsp. selbe Wärmemenge  $Q$  erwärmt  $1 \text{ g}$  von Stoff (A) um  $3^\circ\text{C}$ ,  $1 \text{ g}$  von Stoff (B) um  $4^\circ\text{C}$ .  
 Welcher Stoff hat größere spez. Wärme ?

Lsg.

Bsp.	Material	Blei	Kupfer	Alu.	H <sub>2</sub> O
	Spez. W. $c$ (J/(kg K))	128	386	900	4190

Beachte: Bei der Messung der spezifischen Wärme einer Substanz spielt der Prozeß der Wärmeübertragung eine Rolle (später genauer).

- i) konstanter Druck  $c_p$
- ii) Konstantes Volumen  $c_v$

### 1.6.4 Kalorimeter

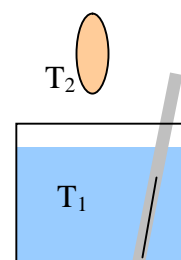
i) isoliertes Gefäß mit  $C_w$  enthält Wasser mit  $c_0$ , Masse  $m_1$ ,  $T_1$

ii) Probekörper wird im Wasserdampf erhitzt

$$m_2, T_2 = 100^\circ\text{C}, \text{ gesucht } c_2 = ?$$

iii) Probekörper in Kalorimeter (Wasser) legen

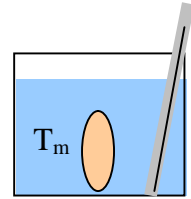
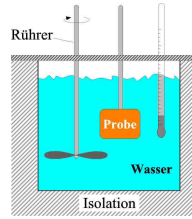
$\Rightarrow$  Mischungstemperatur  $T_m$  stellt sich ein



Energieerhaltungssatz: abgegebene = aufgenommene Wärme

$$\Delta Q_2 = c_2 m_2 (T_2 - T_m) = (c_0 m_1 + C_W)(T_m - T_1) = \Delta Q_1$$

$$c_2 = \frac{c_0 m_1 + C_W}{m_2} \frac{T_m - T_1}{T_2 - T_m}$$



## 2 Kinetische Gastheorie

Deutung der phänomenologischen Größen der Thermodynamik (Druck, Volumen, Temperatur) durch die Mechanik der das Gas bildenden Atome bzw. Moleküle.

### 2.1 Avogadro-Zahl $N_A$

da die Atome / Moleküle Grundlage des Modells bilden, müssen wir für diese ein Maß finden.

Ein Mol enthält  $N_A$  Einzelteilchen, das ist gleich der Anzahl  $N_A$  der Atome in 12g Kohlenstoff  $C^{12}$ .

$$\underline{N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ 1/mol}} \quad (\text{Avogadro (1776-1856), Loschmidt'sche Zahl})$$

Molvolumen  $V_{\text{mol}} = 22,4 \text{ Liter}$

Molzahl  $n = N / N_A$  Ein Gas mit  $N$  Teilchen besitzt  $n$  Mole

Molmasse  $M = m N_A$  Masse von einem Mol

$m =$  Masse eines Atoms / Moleküls

### 2.2 Ideale Gase

wenn wir ein mikroskopisches Modell der Thermodynamik entwickeln wollen, müßten wir die Art der Atome, Moleküle des entsprechenden Gases ( $N_2$ ,  $O_2$ ,  $CO$ ,  $H$ ,  $He$ ) berücksichtigen, insbesondere die atomaren Wechselwirkungen & Kräfte. Bei kleiner Dichte spielen diese aber keine Rolle mehr, da die Atome weit voneinander entfernt sind! Reale Gase => ideale Gase

**Definition: ideales Gas:**

- kein Eigenvolumen der Moleküle
- keine atomaren Anziehungs-Kräfte
- kleine Dichte, großer Abstand der Atome

## Ideales Gasgesetz

$$\underline{pV = nRT} \quad n = \text{Molzahl}$$

$$R = 8,31 \text{ J/(mol K)} \quad \text{Gaskonstante, für ideale Gase}$$

### Bolzmankonstante

$$k = R / N_A = (8,31 \text{ J mol}) / (6,02 \times 10^{23} \text{ mol K}) = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow nR = Nk$$

$$\Rightarrow \underline{pV = NkT}$$

beachte Unterschiede in den Formen des idealen Gasgesetzes: Zahl  $n$  der Mole und Zahl  $N$  der Moleküle

**Exp.** Luftballon in flüssig Stickstoff  $V \sim T$

**Exp.** Luftballon expandiert unter der Vakuumglocke  $V \sim 1/p$

## 2.3 Kinetik

gesucht: Zusammenhang zwischen Gasdruck auf die Wände und Geschwindigkeit / Impuls der Moleküle.

Näherung: elastische Stöße der Moleküle mit der Wand,

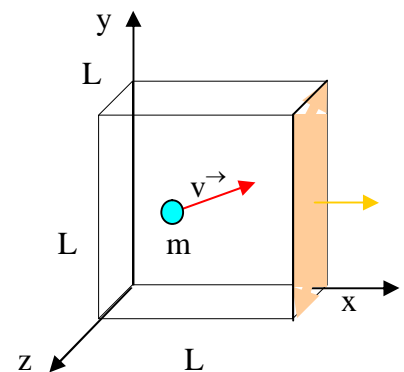
keine Stöße untereinander

Einzige Änderung: x-Komponente bei Stoß mit gelber Wand

$$\text{Molekül:} \quad \Delta p_x = (-mv_x) - (mv_x) = -2mv_x$$

$$\text{Wand:} \quad \Delta p_x = +2mv_x$$

Molekül pendelt zwischen den Wänden



Zeit zwischen 2 Stößen auf gelbe Wand:

$$\Delta t = 2L / v_x \quad \text{nur Stöße zwischen gelber \& gegenüberliegender Wand sind relevant,}$$

$$\text{Stöße mit anderen Wänden ändern } v_x \text{ nicht}$$

Rate des Impulsübertrags von Molekül  $j$  auf die gelbe Wand:

$$\Delta p_{xj} / \Delta t = (2mv_{xj}) / (2L/v_x) = mv_{xj}^2 / L$$

Kraft  $F_{xj}^{\rightarrow} = dp_{xj}^{\rightarrow} / dt$  2. newton'sches Gesetz

Druck  $p = F_x / L^2$  durch alle  $N$  Moleküle auf gelbe Wandfläche  $L^2$

$$= (1/L^2) \{ mv_{x1}^2 / L + mv_{x2}^2 / L + \dots + mv_{xN}^2 / L \}$$

$$= (m/L^3) \{ v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \dots + v_{xN}^2 \} \quad (\text{individuelle Molekülgeschwindigkeit})$$

mit  $N = nN_A = \text{Zahl der Terme in } \{\dots\}$   
 $\langle v_x^2 \rangle = \text{Mittelwert aller } v_{xj}^2$

$\Rightarrow p = (n m N_A / L^3) \langle v_x^2 \rangle$  mit  $L^3 = V$  Volumen,  
 $= (n M N_A / V) \langle v_x^2 \rangle$

beachte  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$  Geschw.  $v$  besitzt gleichverteilt die x-y-z-Komponenten

$\Rightarrow \langle v_x^2 \rangle = 1/3 \langle v^2 \rangle$

$\Rightarrow pV = 1/3 n N_A m \langle v^2 \rangle$

mit  $E_{\text{kin}} = 1/2 m \langle v^2 \rangle = 3/2 kT$  für ein einzelnes Atom

$\Rightarrow pV = n N_A k T$  für n Mol

$\Rightarrow \underline{pV = N kT}$

Ideales Gasgesetz gibt Beziehung zwischen Druck (makroskopische Größe) und Geschwindigkeit der Moleküle (mikroskopische Größe) an.

### 2.3.1 Mittlere Molekülgeschwindigkeit

$v_{\text{rms}} = (\langle v^2 \rangle)^{1/2}$  (root mean square) mittleren Geschwindigkeit der Moleküle, ohne Richtungsangabe. Erst individuelle Geschw.  $v_j$  quadrieren, dann Mittelwert bilden  $\Rightarrow$  Vorzeichen entfällt, nur Beträge sind relevant

mit  $pV = nRT$  (ideales Gasgesetz)

$pV = 1/3 n N_A m \langle v^2 \rangle$  (aus 2.3, siehe oben, mit  $M = N_A m$ )

$\Rightarrow \underline{v_{\text{rms}} = (3RT / M)^{1/2}}$

**Bsp.**  $N_2$ -Moleküle,  $M = 0,028 \text{ kg/mol}$ ,  $T = 300 \text{ K}$ ,  $R = 8,31 \text{ J/(mol K)}$

$\Rightarrow v_{\text{rms}} = 517 \text{ m/s}$ ,  $v_{\text{rms}}$  ist sehr hoch, aber es ist Mittelwert zwischen den Stößen der Moleküle auf Zick-Zack-Kurs, nicht geradlinig.

**Bsp. Frage** Welche Moleküle sind noch schneller ?

Lsg

### 2.3.2 Brownsche Bewegung

Schwerere Schwebeteilchen von  $1\mu\text{m}$  Durchmesser,  $m = 10^{-15}$  kg erreichen bei 300 K nur

$$v_{\text{rms}} = 3 \text{ mm/s}$$

erstmalig mikroskopisch beobachtet von Brown (Botaniker) an Teilchen in Pflanzenzellen.

Moleküle laufen nicht auf geradlinigem Weg durch den Raum, sie nehmen Zick-Zack-Kurs.

**Exp.** Brownsche Bewegung unter dem Mikroskop sichtbar machen

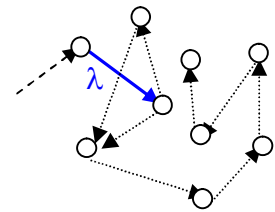
Brownsche Bewegung begrenzt oft das Auflösungsvermögen:

- Elektronenbewegung beeinflusst elektr. Widerstand
- menschl. Hörvermögen, Trommelfellrauschen

### 2.3.4 Mittlere freie Weglänge $\lambda$

Moleküle bewegen sich auf Zick-Zack-Kurs durch ein Gas, aber geradlinig auf mittlerer freier Weglänge  $\lambda$  zwischen zwei Stößen.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 N/V}$$



**Beweis** (freiwillig selber führen)

- i)  $\lambda \sim V / N$  ( $\sim 1/\text{Gasdichte}$ )
- ii)  $\lambda \sim 1/(\pi (r_1 + r_2)^2)$  ( $\sim 1/\text{Molekülfläche}$ )

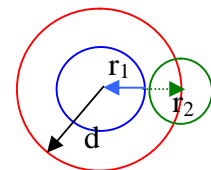
$$\text{Stoßquerschnitt } \sigma = \pi (r_1 + r_2)^2$$

$$d = 2r \quad (\text{gleiche Moleküle})$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\text{Weglänge in Zeit } \Delta t}{\text{Zusammenstöße in } \Delta t} = \frac{v_{\text{rms}} \Delta t}{\pi d^2 \sqrt{2} v_{\text{rms}} \Delta t N/V} \\ &= \frac{1}{\pi d^2 \sqrt{2} N/V} \end{aligned}$$

mit  $v_{\text{rms}}$  = Geschwindigkeit des betrachteten Moleküls

$\sqrt{2}v_{\text{rms}}$  = Geschwindigkeit aller anderen Moleküle relativ zum betrachteten Molekül



**Bsp.** Luft ( $\text{N}_2$ ) in Meereshöhe:  $\lambda = 0,1 \mu\text{m}$ , Erklärt die langsame Ausbreitung der Moleküle aus offener Parfümflasche.

### 2.3.3 Translationsenergie

mittlere kinetische Energie eines Moleküls im Gas; Geschw. kann sich nach Stoß ändern:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} m v_{\text{rms}}^2 \\
 &= \frac{1}{2} m (3RT / M) && \text{mit } M / m = N_A \\
 &= (3RT) / (2N_A) && \text{mit } k = R / N_A \\
 &= \frac{3}{2} kT
 \end{aligned}$$

=> Bei gegebener Temperatur T haben alle Moleküle in einem Gas dieselbe mittlere kinetische Energie, unabhängig von ihrer Masse. Die Temperatur ist ein direktes Maß für die mittlere kinetische Energie der Gasmoleküle.

- Exp.** Glühwendel im Vakuum Wärmeleitung / Energieübertrag durch Stoß der Moleküle
- Glühwendel in Luft => Energieabgabe durch Stöße mit Luftmolekülen => T klein
  - Glühwendel in Vakuum => keine Energieabgabe durch Stöße => T groß => glüht

### 2.4.1 Maxwellverteilung (Maxwell 1852)

Wir haben bisher immer nur von der mittleren Geschwindigkeit der Gasmoleküle gesprochen, welche Geschwindigkeiten kommen überhaupt vor?

Maxwellverteilung gibt die Verteilung der Molekülgeschwindigkeiten an, genauer: „mit welcher Wahrscheinlichkeit  $f(v)$  finde ich ein Molekül mit Geschwindigkeit  $v$  im Intervall  $dv$  ?“

$$f(v)dv = 4\pi \left[ \frac{m}{2\pi kT} \right]^{3/2} v^2 \exp\{-mv^2/(2kT)\} dv$$

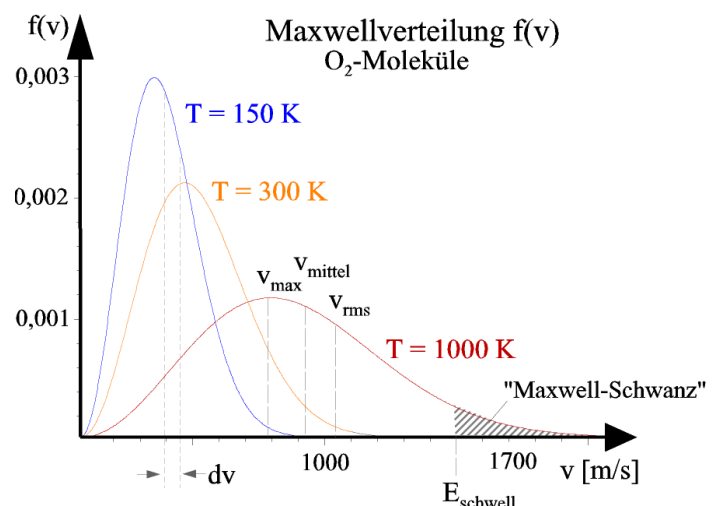
$v$  Betrag der Molekülgeschwindigkeit

$m$  Masse eines Gasmoleküls

$T$  Temperatur des Gases

$k$  Boltzmannkonstante

$m/k = M/R$  ersetzbar



**Die Flächen** unter den Kurven sind jeweils 1.

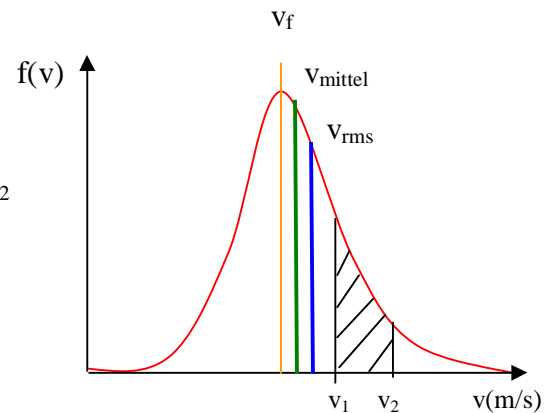
Fläche unter der Kurve: Anteil der Moleküle

mit Geschw  $0 < v < \infty$ , d.h. alle Moleküle

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1$$

Anteil  $\Delta f$  der Moleküle mit Geschwindigkeiten  $v_1 < v < v_2$

$$\Delta f = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$$



### 2.4.2 Geschwindigkeiten:

$v_{\text{mittel}}$  : Gewichte jeden Wert  $v$  mit Verteilungsfunktion  $f(v)$ , genauer  $v \cdot f(v) dv$ , d.h.

betrachte Wahrscheinlichkeit  $v$  im Intervall  $dv$  zu finden und summiere über alle  $dv$ .

$$v_{\text{mittel}} = \int_0^{\infty} v f(v) dv = (8kT / \pi m)^{1/2}$$

$$v_{\text{rms}} = (\langle v^2 \rangle)^{1/2} = \left\{ \int_0^{\infty} v^2 f(v) dv \right\}^{1/2} = (3kT / m)^{1/2}$$

Wahrscheinlichste Geschwindigkeit:  $\Rightarrow df/dv = 0$

$$v_f = (2kT / m)^{1/2}$$

beachte die Reihenfolge der Geschwindigkeiten!

### Bedeutung

Maxwellverteilung gibt an, wie viele Teilchen ausreichend hohe Energie für Anregungsprozesse besitzen. Diese befinden sich in der rechten Seite des „Maxwellschwanzes“. (zeichnen)

**Sonne:** Energie durch Fusion zweier Protonen, wenn Abstand klein genug. Abstoßung durch elektrost. Coulombkraft muß durch therm. Bewegungsenergie überwunden werden.

**Regen:** Wassermoleküle in See / Meer sind gebunden (Oberflächenenergie). Nur wenige haben ausreichend kin. Energie, um die Bindungsenergie zu überwinden.

**Halbleitertechnologie:** Leitfähigkeit von dotierten Halbleitern. Thermische Anregung von Donator-Elektronen in das Leitungsband. Man spricht hier auch von „Elektronengas“.

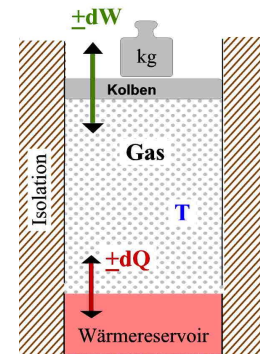


### 3 Wärme & Arbeit

#### 3.1.1 Arbeit

Wie werden im thermodynamischen Prozeß Wärme und Arbeit zwischen zwei Systemen ausgetauscht? Wichtig für alle Wärmekraftmaschinen.

- Ideales Gas im Zylinder
- Zylinder thermisch isoliert
- Kolben beweglich, (Fläche A)
- variables Gewicht drückt auf Kolben
- Wärmereservoir regulierbar, heizt / kühlt Gas



Anfangszustand i)  $p_i, V_i, T_i$ , Endzustand f)  $p_f, V_f, T_f$

Prozeß läuft langsam ab, damit immer thermodynamisches Gleichgewicht herrscht!

- Gas kann
- a) Wärme vom Reservoir aufnehmen ( $dQ > 0$ ) oder abgeben ( $Q < 0$ )
  - b) Arbeit leisten d.h. Kolben heben ( $dW > 0$ ) oder senken ( $dW < 0$ )

Idealisierung: kleine Verschiebung  $dx$  des Kolbens  $\Rightarrow$  Kraft  $F$  auf Kolbenfläche  $A$  ist konst.

#### Arbeit $dW$ durch Kolben:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} = p \, A dx = p \, dV$$

$$\Rightarrow \underline{W = \int_{V_i}^{V_f} dW = \int_{V_i}^{V_f} p dV} \quad \text{gesamte Arbeit, allgemeine Form}$$

$\Rightarrow$  man muß  $p(V,T)$  für den Prozeß kennen !

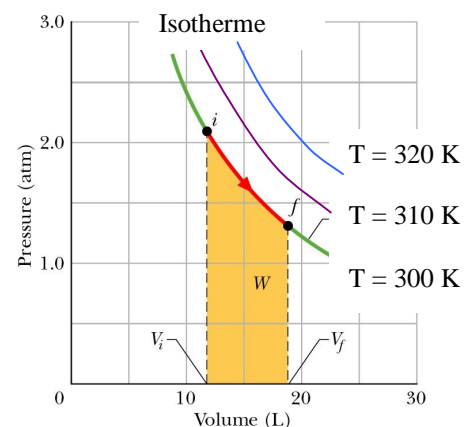
#### 3.1.2 Arbeit auf einer Isothermen

Betrachte einen isothermen Prozeß (bei konstanter Temperatur  $T_1$ ) eines idealen Gases.

Temperatur  $T = \text{konstant}$

$$p = nRT \frac{1}{V} \quad (p \sim 1/V \text{ Gesetz von Boyle-Mariotte})$$

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV \\ &= nRT \int_{V_i}^{V_f} (1/V) dV && \text{da } T = \text{konst.} \\ &= nRT [\ln V]_{V_i}^{V_f} && \text{mit } \ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b) \\ &= nRT \ln(V_f / V_i) && \text{Logarithmus zur Basis e} \end{aligned}$$



**Exp.** a) Ausgezogene Luftpumpe zuhalten und Luft langsam (isotherm) komprimieren

$$V_f < V_i$$

$$\Rightarrow \ln(V_f / V_i) < 0 \quad \Rightarrow W < 0$$

b) Kolben der Luftpumpe loslassen  $\Rightarrow$  Expansion der Luft

$$V_f > V_i$$

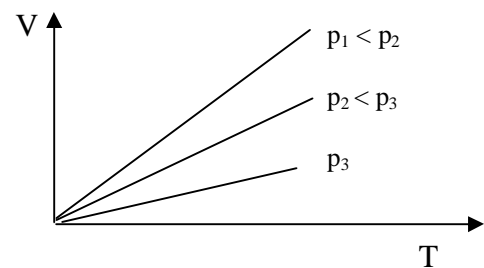
$$\Rightarrow \ln(V_f / V_i) > 0 \quad \Rightarrow W > 0$$

### 3.1.3 Arbeit auf einer Isobaren

Druck  $p = \text{konstant}$

$$pV = nRT \quad (V \sim T \text{ Gesetz von Charles})$$

$$\Rightarrow W = v_i \int_{V_i}^{V_f} p dV = p (V_f - V_i)$$

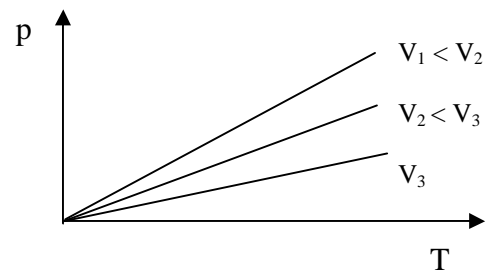


### 3.1.4 Arbeit auf einer Isochoren

Volumen  $V = \text{konstant}$

$$pV = nRT \quad (p \sim T \text{ Gesetz von Gay-Lussac})$$

$$\Rightarrow W = v_i \int_{V_i}^{V_f} p dV = 0 \quad (dV = 0)$$



**Bsp.** Ein Zylinder enthält 12 Liter bei 20°C und 15 bar. Die Temperatur steigt auf 35°C und Volumen sinkt auf 8,5 Liter.

Frage Welchen Druck besitzt das ideale Gas dann?

Lsg.

### 3.2 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

bei thermodynamischen Prozessen hängen verrichtete Arbeit  $W$  und ausgetauschte Wärme  $dQ$  vom Prozessweg ab. Aber  $(dQ - dW)$  ist wegunabhängig; nur abhängig von Anfangs- & Endzustand. Deutet auf Erhaltungsgröße, die innere Energie des Systems hin

$$\underline{dE_{\text{int}} = dQ - dW} \quad (\text{erster Hauptsatz})$$

Die Änderung der inneren Energie ergibt sich aus der der Wärme (übertragene Energie) und der geleisteten Arbeit.

Also	$dQ = dE_{\text{int}} + dW$	Zugeführte Wärmeenergie teilt sich auf in:
a)	$dE_{\text{int}} = 3/2 k dT = cm dT$	Temperaturanstieg, kinetische Energie
b)	$dW = pdV$	Druckarbeit

Vorzeichen: System (Gas) ist Bezugsunkt, also:  $E_{\text{int}}$  wird größer, wenn

a) Wärme (dem Gas) zugeführt wird

b) Arbeit am System verrichtet wird (z.B. Gas wird komprimiert)

Arbeit, die das System verrichtet  $W > 0$ , Arbeit, die am System verrichtet wird  $W < 0$

Der 1.HS der Thermodynamik ist eine Erweiterung des Energie-Erhaltungssatzes der Mechanik auf nicht-isolierte Systeme, denn der Wärmeaustausch wird erfaßt.

### 3.3 Thermodynamische Prozesse

Anwendung des 1. HS auf thermodynamische Prozesse

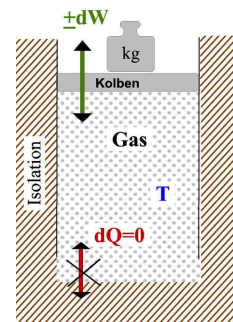
#### 3.3.1 Adiabatisch $dQ = 0$

kein Wärmeaustausch System / Umgebung wenn

Zylinder 100% isoliert oder oder schneller Prozeß

$$\Rightarrow dE_{\text{int}} = -dW \quad (\text{erster Hauptsatz})$$

einzige Möglichkeit des Energieaustausches ist die Druckarbeit



#### 3.3.2 Isochor $dV = 0$

$$\Rightarrow W = v_i \int_{V_i}^{V_f} p dV = 0 \quad \text{System kann keine Arbeit verrichten}$$

$$dE_{\text{int}} = dQ \quad \text{nur die innere Energie ändert sich}$$

#### 3.3.3 Kreisprozeß

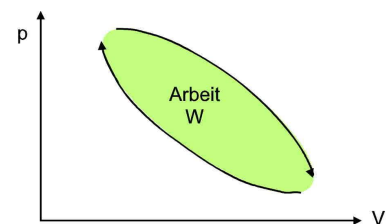
System kehrt nach Austausch von Arbeit und Wärme in den Anfangszustand zurück

$$\Rightarrow dE_{\text{int}} = 0$$

$$\Rightarrow dQ = dW$$

zugeführte Wärme wird in Arbeit umgewandelt

$\Rightarrow$  Wärmekraftmaschinen



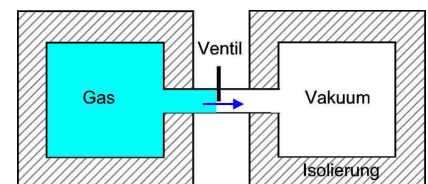
#### 3.3.4 Freie Expansion

Bedingungen der freien Expansion:

a) adiabatisch  $dQ = 0$

b)  $dW = 0$ , Gas kann sich frei ausdehnen gegen Vakuum

$$\Rightarrow dE_{\text{int}} = dQ - dW = 0$$



Prozess unterscheidet sich von vorhergehenden Prozessen:

- hier schnelle Ausdehnung, daher kein therm. Gleichgewicht

- hier ist der Druck ortsabhängig  $\Rightarrow$  man kennt den Prozeßverlauf nicht

$\Rightarrow$  nur Anfangs/Endzustand im  $p(V)$ -Diagramm bekannt

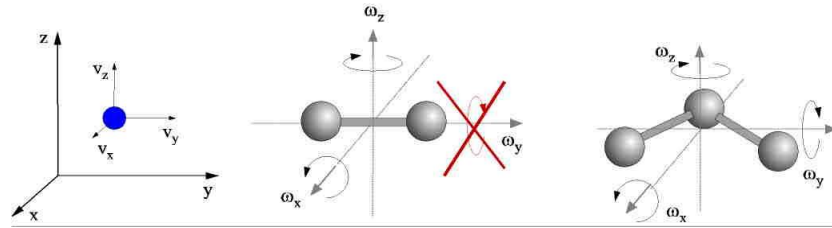
Beachte generell: die Arbeit ist immer von der Prozeßführung (Weg) abhängig!

**Exp.** Dampfmaschine

### 3.4 Molare Wärmekapazität

Ziel ist die Rückführung der inneren Energie auf die mechanische Energie eines Moleküls.

Die ist abhängig von der Zahl der möglichen Bewegungen, d.h. der Freiheitsgrade  $f$



Zahl der Atome	1-atomig	2-atomig	mehr-atomig
a) Translation	3 Freiheitsgrade	3 Freiheitsgrade	3 Freiheitsgrade
b) Rotation	0	2	3
c) Schwingung	0	x	x

#### Gleichverteilungssatz der Energie:

Auf jeden Freiheitsgrad eines Moleküls entfällt im thermischen Gleichgewicht die gleiche mittlere Energie:

$$E_{\text{int}} = 1/2 kT \quad (\text{pro Molekül})$$

$$E_{\text{int}} = 1/2 RT \quad (\text{pro Mol})$$

Also  $E_{\text{int}} = f/2 kT$  (Gesamtenergie pro Molekül mit  $f$  Freiheitsgraden)

Spezifische Wärme ist abhängig vom Prozeß der Wärmezufuhr:

#### 3.4.1 Bei konstantem Volumen $C_V$

System ist thermisch isoliert

Wärmezufuhr  $dQ$  bewirkt - Temperaturerhöhung  $T + dT$

- Druckerhöhung  $p + dp$

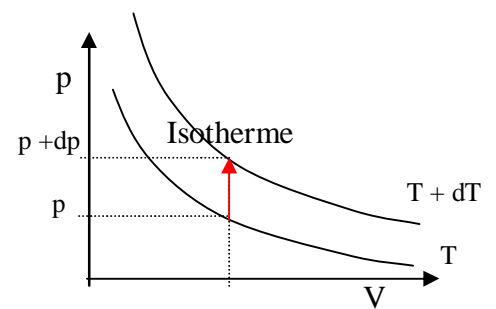
$$dQ = nC_V dT \quad (\text{für } n \text{ Mol})$$

$C_V$ : molare Wärmekapazität,  $n$ : Anzahl der Mole

$$dE_{\text{int}} = nC_V dT - dW \quad \text{mit 1.HS, } dW = pdV = 0$$

$$\Rightarrow C_V = dE_{\text{int}} / ndT \quad \text{mit } dE_{\text{int}} = 1/2 f nR dT$$

$$\underline{C_V = 1/2 f R} \quad (\text{für 1 Mol } n = 1)$$



### 3.4.2 Bei konstantem Druck $C_p$

Q teilt sich auf in Temperaturerhöhung und Volumenausdehnung, mehr Wärme zur Temperaturerhöhung nötig !  $\Rightarrow C_p > C_v$

$$dQ = nC_p \Delta T$$

$C_p$ : molare Wärmekapazität,  $n$ : Anzahl der Mole

$$dE_{int} = dQ - dW$$

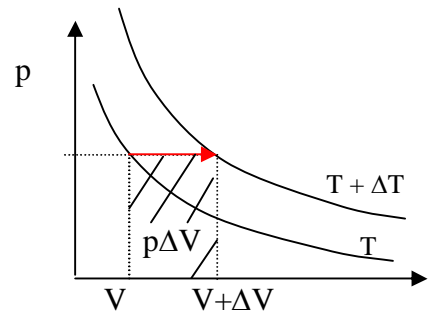
$$nC_v dT = nC_p dT - p dV \quad \text{mit } pV = nRT$$

$$\Rightarrow C_v = C_p - \frac{nRdT}{ndT}$$

$$\Rightarrow C_v = C_p - R$$

$$\Rightarrow C_p = \left(\frac{1}{2}f + 1\right)R \quad (\text{für 1 Mol})$$

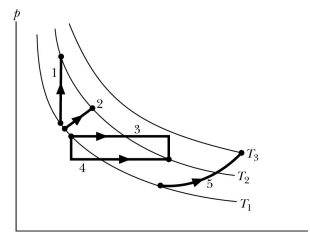
$\Rightarrow$  Wärmekapazität folgt über die Freiheitsgrade aus der Mechanik der Moleküle



Molekül	Experiment (T=273K)			Theorie		
	$C_v$	$C_p$	Atome pro Molekül	Freiheitsgrade	$C_v$	$C_p$
	J/(mol K)			f	J/(mol K)	
He	12,6	20,9	1	3	12,5	20,9
O <sub>2</sub>	21,0	29,3	2	5	20,9	29,3
CO <sub>2</sub>	25,1	32,9	3	6	25,0	33,4

**Bsp.** Ordne Prozesse nach der Änderung der inneren Energie (größte zuerst)

Lsg.



### 3.4.3 Zugang zur Atomphysik

Aus dem Verhältnis der Wärmekapazitäten

$$\gamma = C_p / C_v = (f + 2)/f$$

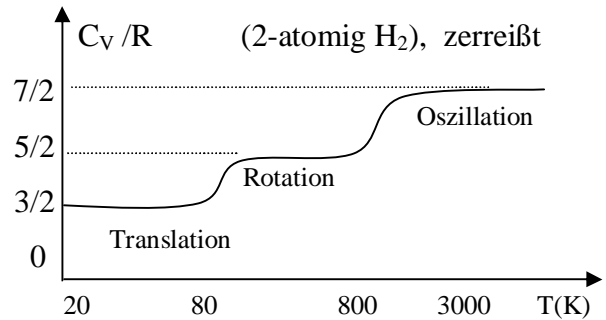
erhält man direkt Information über die atomare Struktur der Moleküle

Gase mit  $C_p / C_v = 5/3$  haben  $f = 3 \Rightarrow$  einatomig

$C_p / C_v = 7/5$   $f = 5 \Rightarrow$  2-atomig

$C_p / C_v = 8/6$   $f = 6 \Rightarrow$  3 / mehratomig oder gewinkelt

Wärmekapazität ist selbst temperaturabhängig;  
 Freiheitsgrade können eingefroren sein.



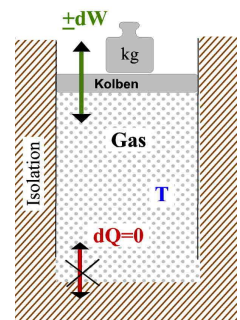
### 3.5 Adiabatische Zustandsänderung

$dQ = 0$  d.h. kein Wärmeaustausch zwischen System und Umgebung während des Prozesses  
 wenn 100% isoliert oder schneller Prozess

Gilt für  $p(V)$

$pV^\gamma = \text{konstant}$  (ohne Bew.)

$\gamma = C_p / C_v > 1$

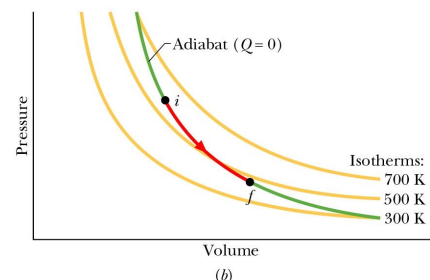


Gilt für  $V(T)$

$nRT V^{\gamma-1} = \text{konstant}$

Adiabate  $p = \text{konst} / V^\gamma$

Isotherme  $p = \text{konst} / V^1$  (flacher als Adiabate)



**Exp.** Sektflasche, Wasserflasche, Coladose

Flasche steht leicht unter Druck und wird schnell geöffnet. Es bildet sich ein feiner Nebel über der Öffnung, zusätzlich zu den Sektspritzern.

Prozeß: Gasblase aus CO<sub>2</sub> und Wasser oben in der Flasche

Expansion  $dV > 0$ , da  $p >$  Atmosphärendruck

Gas leistet Arbeit  $dW = pdV$

Energiequelle:  $E_{\text{int}}$   $dW = dE_{\text{int}}$ ,  $dQ = 0$  da adiabatisch, weil schnelle Expansion

Gastemperatur sinkt  $dT = dE_{\text{int}} / (f/2 nk) \Rightarrow$  Gas kondensiert zu Nebel

**Generell:**  $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$

$T_f = T_i (V_i^{\gamma-1} / V_f^{\gamma-1})$  wegen  $V_f > V_i \Rightarrow T_f < T_i$

Temperatur sinkt immer bei adiabatischer Expansion!

**Beweis der Adiabatangleichung** (freiwillig, selber rechnen)

$dV$  kleine Volumenänderung  $\Rightarrow p = \text{konstant}$  während der Prozessschritte

$dW = pdV$  Arbeit des Gases (Expansion)

$dE_{\text{int}} = Q - pdV$  mit  $Q = 0$ ,  $dE_{\text{int}} = nC_V dT$

$$\Rightarrow \text{i) } n dT = -(p/C_V)dV$$

mit  $pdV + Vdp = nRdT$  ideale Gasgl., sowohl  $p$  als auch  $V$  können sich ändern

mit  $R = C_p - C_V$

$$\Rightarrow \text{ii) } n dT = (pdV + Vdp)/(C_p - C_V)$$

i) = ii) umformen  $\mid \cdot 1/p \cdot (C_p - C_V)$

$$\Rightarrow -dV/C_V (C_p - C_V) = (pdV + Vdp)/p$$

$$\Rightarrow (C_p/C_V)(dV/V) + dp/p = 0 \quad \text{mit } \gamma = (C_p/C_V)$$

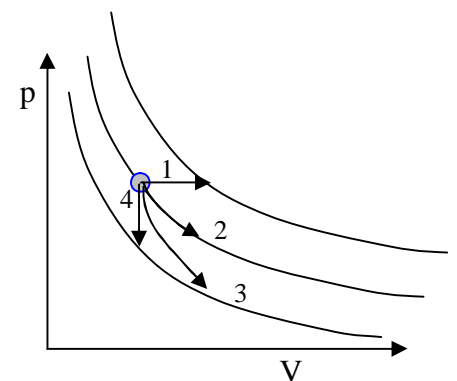
$$\Rightarrow \ln p + \gamma \ln V = C_1 \quad \text{nach Integration}$$

$$\Rightarrow \ln(pV^\gamma) = C_1 \quad \text{Umkehrfunktion anwenden}$$

$$\Rightarrow pV^\gamma = \exp\{C_1\} = \text{Konstante}$$

**Zusammenfassung**

Prozess	konst. Größe	Weg	Ergebnisse
Isobar	$p$	1	$W = pdV$ , $Q = nC_p dT$
Isotherm	$T$	2	$Q = W = nRT \ln\{V_f/V_i\}$ , $dE_{\text{int}} = 0$
Adiabatisch	$pV^\gamma$ , $TV^{\gamma-1}$	3	$Q = 0$ , $W = -dE_{\text{int}}$
Isochor	$V$	4	$W = 0$ , $dE_{\text{int}} = nC_V dT$



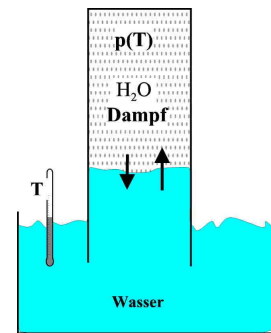
**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 3.1 + 3.2, Fragen 3.1.1 – 3.1.9, 3.2.1 – 3.2.12



## 4 Aggregatzustände

### 4.1 Koexistenz von Flüssigkeit & Dampf

**Exp.** Bringt man in ein evakuiertes Gefäß eine Flüssigkeit, die es nur teilweise füllt, so verdampft ein Teil und es stellt sich der charakteristische Dampfdruck ein.

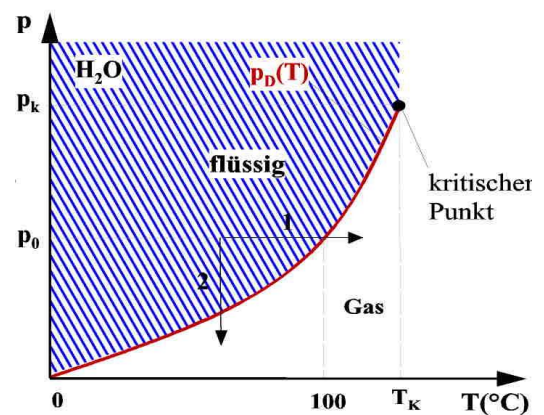


Dampfdruck:

direkt gemessen durch Höhe h in mm Hg (= Torr) falls Hg statt H<sub>2</sub>O benutzt wird

Volumenänderung (z.B. Senken des Rohres)

- => Druck ändert sich nicht
- => Dampf geht in Flüssigkeit über
- => Koexistenz von gasförmig / flüssig



Dampfdruck bei 20°C:

Substanz	H <sub>2</sub> O	Methylalkohol	Quecksilber
p <sub>D</sub> (mbar)	23,3	125	1,6 x 10 <sup>-6</sup>

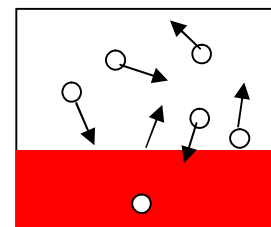
#### Dampfdruck-Kurve:

Rote Linie: p & T laufen so, dass Flüssigkeit und Dampf im Gleichgewicht

Unterhalb: T groß, p klein => Dampf

Oberhalb: T klein, p groß => flüssig

Kritischer Punkt: Ende der Dampfdruckkurve  
oberhalb von T<sub>3</sub> nur Gas



Moleküle treten aus der Flüssigkeit aus / ein

Austrittsarbeit W<sub>D</sub> = Verdampfungswärme notwendig

Verdampfen: E<sub>kin</sub> > W<sub>D</sub> für "heiße" Moleküle möglich

$$E_{kin} = f/2 kT$$

=> Temperatursteigerung bewirkt Druckanstieg (s.o.)

Boltzmannverteilung gibt den Anteil der hochenergetischen Moleküle (im Maxwellschwanz)

an mit:  $E_{\text{kin}} > W_D$

daraus ergibt sich die Dampfdruckkurve:

$$p_D = b kT \exp\{-W_D/kT\}$$

$b = \text{konst.}$  enthält u.a. die Teilchendichte der Flüssigkeit

### Sieden

Wenn Dampfdruck und der darüber lastende Druck gleich ( $p_D = p_0$ ) so siedet die Flüssigkeit.

Dampfentwicklung nicht nur an der Oberfläche, sondern auch in der Flüssigkeit (Blasen).

**Exp.** Siedepunktniedrigung von Wasser im Vakuum. Wasser im Becher unter einer Vakuumglocke beginnt bei 300 K zu kochen, wenn  $p$  klein genug.

Weitermachen bis Eis entsteht

### Bsp.

Frage kann Reinhold Messner auf dem Mont Everest sein Frühstücksei kochen?

Lsg

### Verdampfungswärme $W_D$

Wenn Moleküle aus Flüssigkeit austreten, entziehen sie dieser Verdampfungswärme  $W_V$

Wird die nicht nachgeführt, so kühlt die Flüssigkeit ab (Verdunstungskälte),

(Bsp. feuchte Haut nach dem Baden ist kälter als trockene Haut)

=>  $T$  sinkt,  $\Delta T = 2E / f_k$  denn nur langsame Moleküle bleiben zurück

isotherme Verdampfung:  $T$  konst:

$$\underline{dW_D = dQ = m\lambda_D} \quad \text{Verdampfungswärme zuführen}$$

Kondensation des Dampfes zur Flüssigkeit: Verdampfungswärme wird frei

Material	Siedepunkt	$\lambda_D$ spez. Verdampfungswärme
Sauerstoff	90,2 K	213 kJ/kg
Wasser	373 K	2256 kJ/kg
Kupfer	2868 K	4730 kJ/kg

**Kühlschrank** typischer Prozeß:

- Verdampfungswärme der Flüssigkeit nutzen, nicht Expansion nutzen
- Flüssigkeit: Ammoniak, Ethylchlorid gasförmig bei gewünschter Kühltemp (  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  )
- Dampf wird komprimiert und so verflüssigt (kostet Arbeit)
- Verdampft am Wärmetauscher (Rückseite) des Kühlschranks =>
- kühlt dabei ab, -entzieht Verdampfungswärme

**4.2 Koexistenz von fest & flüssig**

Schmelzen: Aufbrechen der Kristallbindungen

$$\underline{dW_s = dQ = m\lambda_s}$$

Schmelzwärme zuführen

Kondensation der Flüssigkeit zum Festkörper:

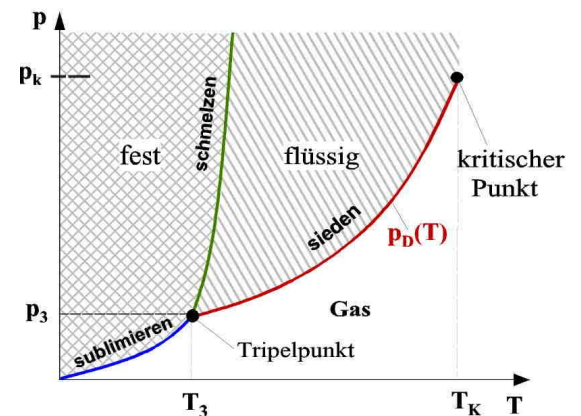
Schmelzwärme wird frei

Schmelztemperatur ist druckabhängig, aber weniger als die Siedetemperatur

Sublimation: Übergang fest => gasförmig,  
flüssiger Zustand wird übersprungen

Tripelpunkt: einziger Gleichgewichtspunkt (p,T,V)  
für fest, flüssig, gasförmig

Prozesse: p steigt: gas => flüssig => fest  
T steigt: fest => flüssig => gas  
fest => gas (Sublimation)



**Exp.** Trockeneis, festes  $\text{CO}_2$ , geht direkt in gasförmigen Zustand über  
Münze auf Eis legen => hebt sich durch Gas,  
Siedetemp.  $194,7\text{ K} = -78,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  bei  $1,13\text{ bar}$

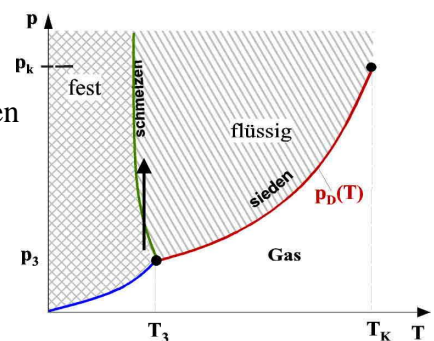
**Wasser** zeigt eine Anomalie in der Schmelzkurve um  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$

**Exp.** Eisblock wird mit Drahtschlinge / Gewicht durchschnitten

Man kann durch Drucksteigerung Eis schmelzen

Bei  $\text{CO}_2$ , geht es nicht!

Tripelpunkt Wasser  $p = 6,1\text{ mbar}$ ,  $T = 0,0075\text{ }^{\circ}\text{C}$



#### 4.4 Reale Gase

ideale Gase: kleine Dichte, großer Abstand der Atome, Atome haben kein Volumen

Übergang Gas => Flüssigkeit ist ganz und gar nicht "ideal"

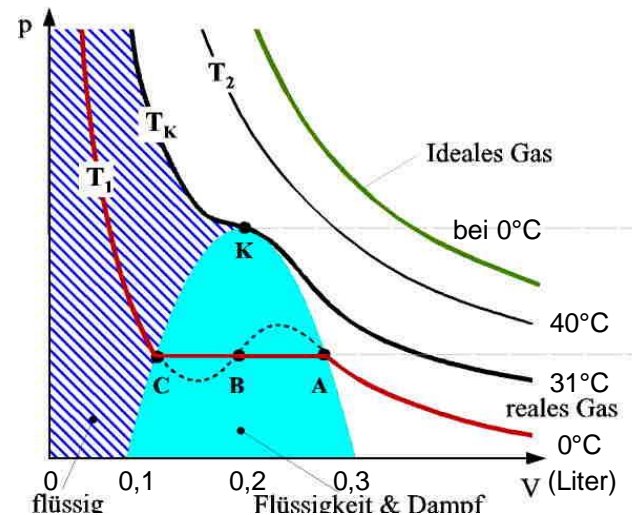
Neues Modell: Van der Waals

$b =$  Eigenvolumen der Moleküle

$a/V_{\text{mol}}^2 =$  Binnendruck durch Anziehungskräfte der Moleküle

$$(p + a/V_{\text{mol}}^2)(V_{\text{mol}} - b) = RT \quad n = 1 \text{ Mol}$$

$$\text{CO}_2 \quad a = 3,6 \times 10^{-6} \text{ bar m}^6 \text{ mol}^{-2}, \quad b = 4,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$$



**Prozess** p-V-Kurven für CO<sub>2</sub> beschreiben:

Isotherme bei  $T_1 = 0^\circ\text{C}$ , 1 bar =>  $V = 22,4 \text{ L} = 1 \text{ Mol}$

Komprimieren auf 0,3 L (A) =>  $p = 47 \text{ bar}$ , nicht 75 bar wie für ideales Gas erwartet

Weitere Kompression:  $p = \text{konstant}$ , nicht van der Waals Kurve!

=> Flüssigkeitsbildung, van der Waals beschreibt nur Gase

Punkt (C) Dampf völlig kondensiert

Weitere Kompression:  $p$  steigt sehr steil, Flüssigkeiten haben kleine Kompressibilität

Isotherme bei  $20^\circ\text{C}$ : Prinzip gleich, aber Gas / Flüssigkeits Bereich kleiner

Isotherme bei  $T > T_K = 31^\circ\text{C}$ : rein van der Waals Gl., keine Flüssigkeit

=> Kritischer Punkt, oberhalb keine Flüssigkeit

$T \gg T_{\text{Krit}}$  ideales Gas

Schleifenflächen von A nach B = Fläche von B nach C (Regel von Maxwell)

Gestrichelte Schleife AB übersättigter Dampf, es fehlen Kondensationskeime

Gestrichelte Schleife BC überhitzte Flüssigkeit, es bilden sich keine Dampfblasen, Siedeverzug, Explosion vermeiden durch Siedesteine  
kann unter  $p = 0$  liegen, Zerreißfestigkeit der Flüssigkeit

## 4.5 Gasverflüssigung

### Joule-Thomson Effekt

Die innere Energie eines realen Gases hängt stark von der Wechselwirkung der Moleküle untereinander ab, d.h. von der Gasdichte

Bei Expansion:  $\Rightarrow dE_{\text{int}} \neq 0$  auch wenn  $dQ = 0$  (adiabatisch),

$$dW = pdV = 0 \text{ (gedrosselte Expansion)}$$

$$\Rightarrow dT = 2dE_{\text{int}} / f k \neq 0$$

aus van-der Waals-Gl. folgt:

$$\Rightarrow \underline{\underline{dT \approx dV \frac{RTb - 2a}{(\frac{1}{2}f + 1)RV^2}}}$$

ob Gas dabei abkühlt, entscheidet die Inversionstemp.  $T_i = 2a/Rb$

$\Rightarrow dT < 0$  wenn  $T < T_i$  Gas kühlt ab

$\Rightarrow dT > 0$  wenn  $T > T_i$  Gas erwärmt sich

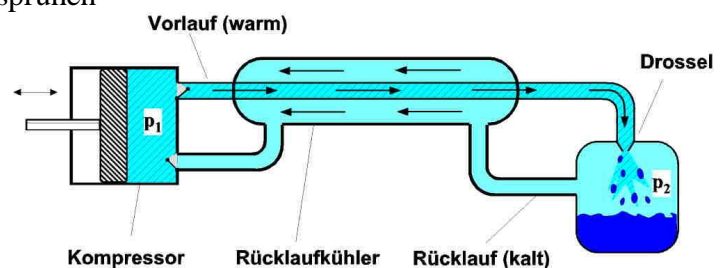
**Prozeß:** bei Expansion entfernen sich die Moleküle voneinander, Anziehungskräfte müssen überwunden werden (van der Waals Konstante  $a$ ), kostet Energie d.h. kinetische Energie d.h. Temperatur sinkt.

**Exp.** Spraydose, auf Temperatursensor sprühen

### Linde-Verfahren

Luft,  $\text{CO}_2$ :  $T_i > 300 \text{ K} \Rightarrow$  man kann

Luft verflüssigen bei Zimmertemperatur



- i) Luft wird komprimiert  $p = 200 \text{ bar}$
- ii) Expansion  $p = 20 \text{ bar}$  am Drosselventil
- iii) Abkühlung  $\Delta T = \frac{1}{4} \text{ °C / bar} = \frac{1}{4} (200 - 20) = 45 \text{ °C}$  ( für Luft)
- iv) Gegenstrom-Vorkühlung, mehrfacher Durchlauf

$$\Sigma (\Delta T) \Rightarrow T = -190 \text{ °C flüssige Luft bei } p = 20 \text{ bar}$$

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 3.4, Fragen 3.4.1 – 3.4.10

## 5 Entropie & Wärme

### 5.1 Gerichtete Prozesse

Irreversible Prozesse laufen nur in eine Richtung ab.

**Exp.** Farbiges Gas in Standzylinder, durch Absperrhahn von Außenwelt getrennt.

Hahn öffnen und farbiges Gas auströmen lassen.

Dieser Prozeß ist irreversibel, die Moleküle kommen nicht von allein zurück.

Bsp. Sie stellen eine heiße Tasse Tee im kälteren Raum ab

=> Natürlicher Prozeß: Tee kühlt ab bis zur Raumtemperatur

=> Unmöglicher Prozeß: Raum kühlt ab & Tee wird heißer

Beachte: Energieerhaltung wäre bei irreversiblen Prozessen nicht verletzt !

### 5.2 Entropieänderung $dS$

Gerichtetheit von Prozessen folgt nicht aus dem Energiesatz,

=> Neue Zustandsgröße, die das System beschreibt, Entropie

=> „Findet in einem abgeschlossenen System ein irreversibler Prozeß statt, so nimmt die Entropie  $S$  des Systems zu, sie nimmt nie ab“.

Entropieänderung  $dS$  bei irreversible Zustandsänderung  $i) \Rightarrow f)$

$$\Delta S = S_f - S_i = \int_i^f dQ/T$$

$$[S] = \text{J/K}$$

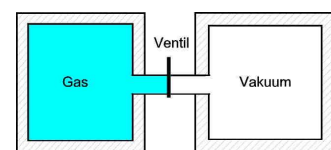
$dS$ ,  $\Delta S$  abhängig von:

$dQ$ : ausgetauschter Wärme

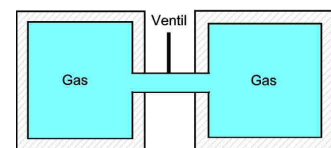
$T$ : Temperatur, bei der der Prozeß abläuft

Vorzeichen von  $dS$  u.  $dQ$  gleich, da  $T > 0$

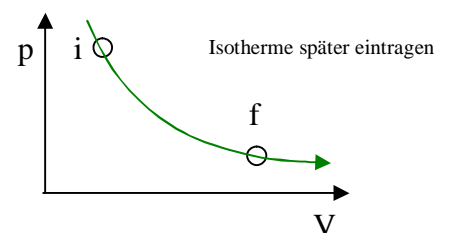
Zustand i)



Zustand f)



Die betrachtete irreversible Zustandsänderung durchläuft Nichtgleichgewichtszustände, daher kennt man nur Anfang & Endzustand, nicht aber den Weg



Bezeichnungen  $dS$  infinitesimal kleine Entropieänderung

$$\Delta S = \int_i^f dS \quad \text{größere Entropieänderung}$$

Problem  $\Delta S = \int_i^f dQ/T$  kann nicht integriert werden, da  $p(V,T)$ -Kurve unbekannt

Lsg. Entropie ist Zustandsgröße

=> nur Anfang / Endzustand wichtig, nicht der Weg

=> wähle irgendeinen bekannten Weg, so dass Integration möglich

Hier: wähle isothermen Prozeß, d.h. sehr langsame Expansion des Gases in Vakuumbereich

$$\Delta S = S_f - S_i = 1/T \int_i^f dQ, \quad T = \text{konst.}$$

$dS = dQ/T$  Bestimmung von  $dS$  ist durch die Wahl eines beliebigen reversiblen Prozesses durch die Anfangs / Endzustände möglich.

**Bsp.** Abb. oben enthält 1 Mol Stickstoff links, Hahn wird geöffnet, Gas strömt nach rechts, Volumen verdoppelt sich.

Frage Berechne die Entropieänderung für den irreversiblen Prozeß

Lsg.

Frage Annahme, das Gas strömt "von sich aus" zurück, wie ändert sich die Entropie?

### 5.3 Zweiter Hauptsatz

$$\underline{dS \geq 0}$$

Die Entropie im abgeschlossenen System nimmt für irreversible Prozesse zu und bleibt für reversible Prozesse konstant.

**Das System:** wessen Entropie wird überhaupt betrachtet?

a) isotherme Expansion des Gases (im System Gas)

$$dS = +S_0$$

b) isotherme Kompression des Gases (im System Gas)

$$dQ < 0, \text{ Wärme wird an Reservoir abgegeben}$$

damit  $T = \text{konst.}$  bleibt

$$\Rightarrow dS = -S_0$$

Negative Entropieänderung = Widerspruch?

Nein, denn:

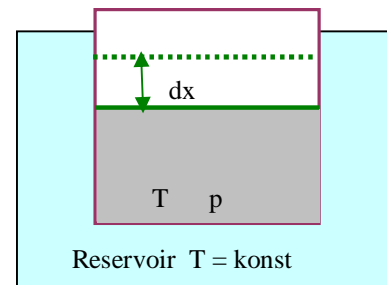
vorher wurde Entropie nur für irreversible Prozesse betrachtet

hier ist b) ein *reversibler* Prozeß, wobei im abgeschlossenen System Gas & Reservoir die Energie umkehrbar (reversibel) ausgetauscht wird, also:

$$\text{Entropie im System Gas allein: } dS_{\text{Gas}} = -dQ/T$$

$$\text{im System Reservoir allein: } dS_{\text{Reservoir}} = +dQ/T$$

$$\text{im Gesamtsystem } dS_{\text{Gas}} + dS_{\text{Reservoir}} = 0$$



### 5.4 Entropie als Zustandsfunktion

Frage: wie hängt die Entropie von den Zustandsgrößen  $p$ ,  $V$  ab? Der reversible Prozesse sollten in "kleinen Schritten" ablaufen, damit das Gas nach jedem Schritt im thermischen Gleichgewicht bleibt.

$$dE_{\text{int}} = dQ - dW \quad (1. \text{ Hauptsatz})$$

$$dQ = pdV + n C_V dT \quad (\text{da reversibel})$$

$$dQ/T = nR dV/V + n C_V dT/T \quad (\text{mit } p = nRT/V, \text{ ideales Gas})$$

integrieren von Anfang  $i$  zum Ende  $f$

$$\Delta S = \int_i^f dQ/T = nR \int_i^f dV/V + nC_V \int_i^f dT/T$$

$$\Delta S = S_f - S_i = nR \ln(V_f/V_i) + nC_V \ln(T_f/T_i)$$



- => gilt allgemein, da kein spezieller Weg gewählt wurde
- => nur abh. von Anfangs- ( $V_i, T_i$ ) und Endzustand ( $V_f, T_f$ )

**Bsp.** im Ofen wird Wasser erhitzt.

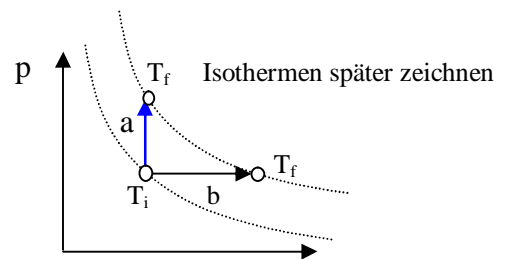
Frage Ordne Entropiezunahme, größte zuerst für:

- a)  $20^\circ\text{C} \Rightarrow 30^\circ\text{C}$ , b)  $30^\circ\text{C} \Rightarrow 35^\circ\text{C}$ , c)  $80^\circ\text{C} \Rightarrow 85^\circ\text{C}$

Lsg a, b, c 
$$\Delta dS = \int_i^f dQ/T = nR \int_i^f dV/V + nC_V \int_i^f dT/T, \quad dV = 0$$

$$= nC_V \ln(T_f/T_i), \quad \text{also } \ln(303/293) > \ln(308/303) > \ln(358/383)$$

- Bsp.** ideales Gas hat Anfangstemp.  $T_i$   
 Erreicht Endtemperatur  $T_f$  auf 2 Wegen a), b)  
 Frage Wie verhalten sich die Entropieänderungen?  
 Lsg.



### 6 Wärmemaschinen

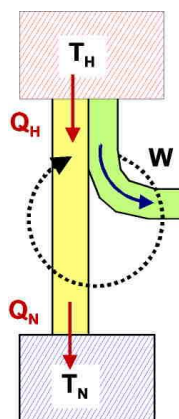
Wärmemaschinen nehmen aus der Umgebung Wärme auf und verrichten mechanische Arbeit.

Wärmeaufnahme  $dQ_H$  im heißen Reservoir

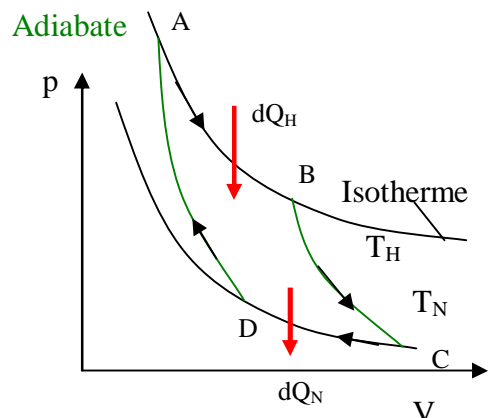
Wärmeabgabe  $dQ_N < dQ_H$  im kalten Reservoir

Kreisprozeß: periodisches Durchlaufen einer Folge von Zuständen

Vermittler: Arbeitsgas



#### Carnot-Prozess



### 6.1.1 Carnot-Maschine (Carnot 1824)

Gedankenexperiment für eine ideale Maschine mit reversiblen Prozessen, d.h ohne Energieverlust durch Reibung, Wirbel etc. Carnotmaschine hat höchst möglichen Wirkungsgrad.

#### Prozesse des Gases im Zylinder:

A => B	Kontakt mit heißem Reservoir $T_H$ Isotherme Expansion, Wärmeaufnahme $Q_H$	Gas arbeitet	+ $W_{AB}$
B => C	Isoliert Adiabatische Expansion ( $dQ = 0$ )		+ $W_{BC}$
C => D	Kontakt mit kaltem Reservoir $T_N$ Isotherme Kompression, Wärmeabgabe $dQ_N$		- $W_{CD}$
D => A	Isoliert Adiabatische Kompression ( $dQ = 0$ )		- $W_{DA}$

Gesamtarbeit für Kreisprozess:

$$W = + W_{AB} + W_{BC} - W_{CD} - W_{DA} = \text{eingeschlossene Fläche (schraffieren)}$$

Arbeit wird an der Umgebung verrichtet, z.B. Gewicht heben, Kolben schieben

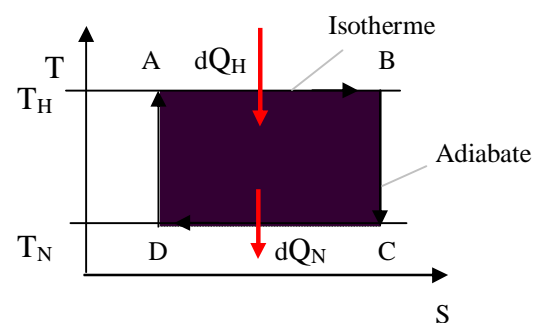
Da Kreisprozeß  $\Rightarrow dE_{\text{int}} = 0$  (1. HS)

$$dW = |dQ_H| - |dQ_N|$$

Ideal, da im System verbleibende Wärme zu 100% in mechan. Arbeit umgewandelt wird

**Carnotprozeß im T-S-Diagramm:**  $\Delta S = \int dQ/T$

A => B	$\Delta S_{AB} = \Delta Q_H / T_H$ Isotherme $T_H$ , Wärmeaufnahme $Q_H$
B => C	$\Delta S_{BC} = 0$ Adiabate $dQ = 0$
C => D	$\Delta S_{CD} = \Delta Q_N / T_N$ Isotherme $T_N$ , Wärmeabgabe $dQ_N$
D => A	$\Delta S_{DA} = 0$ Adiabate $Q = 0$



gesamte Entropieänderung:

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \Delta S_{CD} = |\Delta Q_H| / T_H - |\Delta Q_N| / T_N$$

$\Delta S_{AB}$  pos, Wärmezufuhr  
 $\Delta S_{CD}$  neg, Wärmeabfuhr

Da Kreisprozeß  $\Rightarrow \Delta S = 0$

$$\Rightarrow |dQ_H| / T_H = |dQ_N| / T_N$$

also  $dQ_H > dQ_N$  da  $T_N < T_H$

Wärme bleibt im System um Arbeit zu leisten:

$$\Delta S_{AB} T_H - \Delta S_{CD} T_N \text{ eingeschlossenen Fläche im S-T-Diagramm}$$

### 6.1.2 Wirkungsgrad für Carnotmaschine

Ziel: möglichst viel der zugeführten Wärmeenergie  $dQ_H$  in Arbeit umzuwandeln

$$\eta = |dW| / |dQ_H| = \text{erhaltene Energie} / \text{bezahlte Energie}$$

$$\eta_C = (|dQ_H| - |dQ_N|) / |dQ_H| \quad \text{mit} \quad dW = |dQ_H| - |dQ_N|$$

$$= 1 - |dQ_N| / |dQ_H|$$

$$\underline{\underline{= 1 - T_N / T_H}}$$

$\Rightarrow \eta_C < 1$ , aber nie = 1, d.h. 100% , denn  $T_N > 0$ ,

ein Teil der zugeführten Wärme wird an kaltes Reservoir abgegeben

$\Rightarrow$  „Es gibt keine Folge von Prozessen, die nur Wärme aus Wärmereservoir entnehmen und vollständig in Arbeit umwandeln, d.h. es gibt keine perfekte Maschine.“

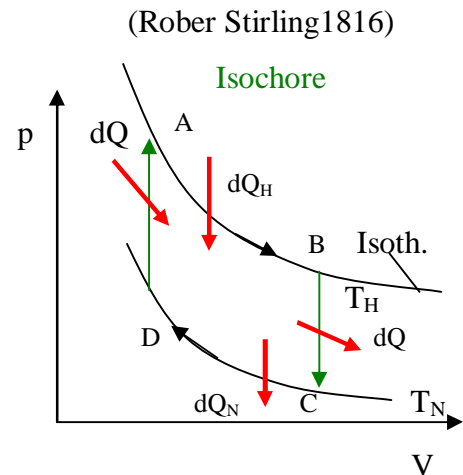
**Bsp.** Schiff kann nicht Wärme dem Meer entziehen und sie völlig in Arbeit wandeln.

Generelles Problem: Kreisprozesse in Maschinen besitzen irreversiblen Anteil und erreichen damit nie den maximalen Wirkungsgrad.

## 6.2 Stirlingmaschine

alle Prozesse sind reversibel

- A  $\Rightarrow$  B Kontakt mit heißem Reservoir,  $T_H$   
 Isotherme Expansion, Aufnahme von  $dQ_H$
- B  $\Rightarrow$  C isochorer Druckabbau, Abgabe von  $dQ$
- C  $\Rightarrow$  D Kontakt mit kaltem Reservoir,  $T_N$   
 Isotherme Kompression, Abgabe  $dQ_N$
- D  $\Rightarrow$  A isochorer Druckaufbau, Aufnahme von  $dQ$



(obwohl alle Prozesse reversibel gilt  $\eta_{\text{Carnot}} > \eta_{\text{Stirling}}$ )

**Exp.** Stirlingmaschine laufen lassen als Wärmekraftmaschine

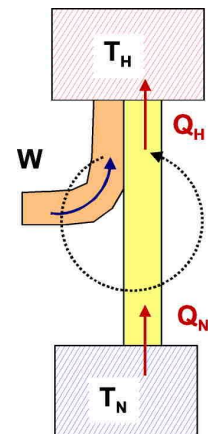
## 6.3 Kältemaschinen

Prozesse wie bei Wärmemaschinen,  
 aber er läuft hier rückwärts ab.

Effektivität, Leistungszahl:

$$\varepsilon = |dQ_N| / |dW| \quad \text{Wärmetransfer / Arbeit}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_C &= |dQ_N| / (|dQ_H| - |dQ_N|) \\ &= T_N / (T_H - T_N) \end{aligned}$$

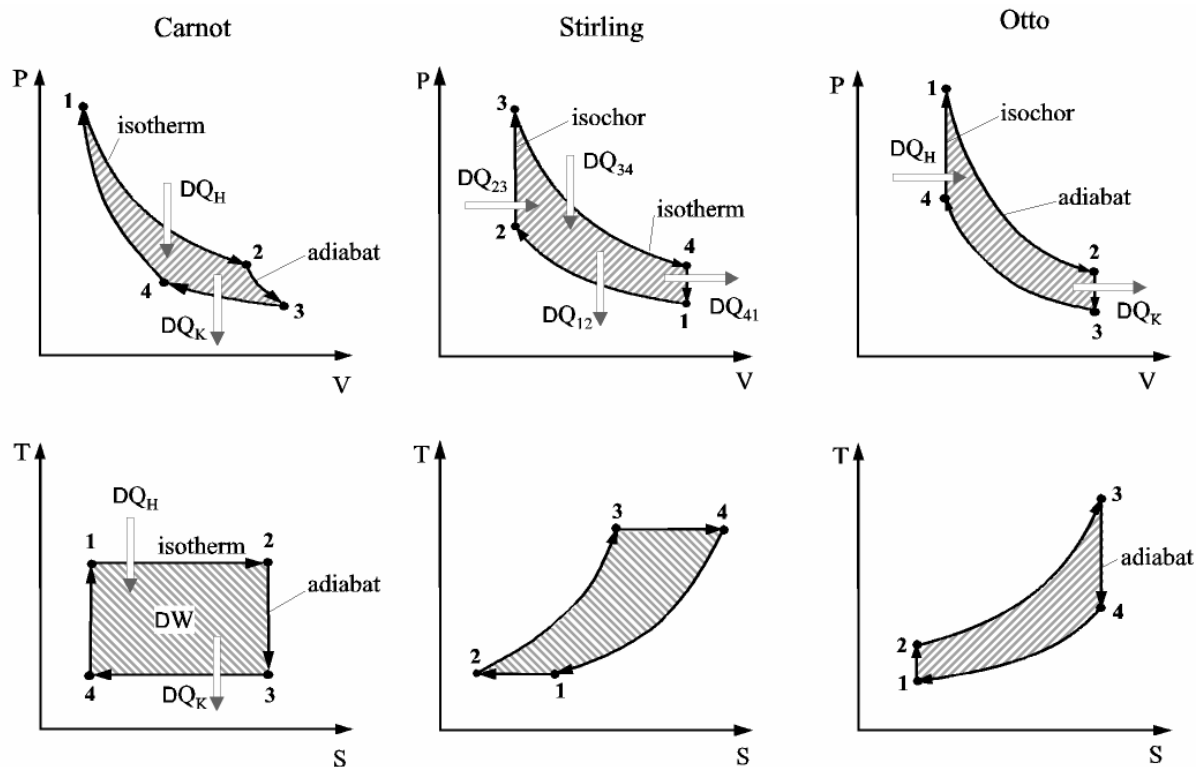


**Bsp.** Kühlschrank  $\varepsilon \sim 5$ , Klimaanlage

$\varepsilon \sim 2,5$ , steigt mit fallender Temperaturdifferenz

**Exp.** Stirlingmaschine laufen lassen als Kühlmaschine

## 6.4 Zusammenfassung thermische Energiewandler



### Perpetuum Mobile

In einem *abgeschlossenen* System sind Prozesse nur möglich wenn gilt

$$dE_{\text{in}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Energieerhaltungssatz, 1. HS}$$

Es gibt kein Perpetuum Mobile erster Art.

$$dS \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{2. HS}$$

Es gibt kein Perpetuum Mobile zweiter Art.

reversible Prozesse:  $d = 0$  müßten extrem langsam ablaufen

### Ziel aller Prozesse:

- Temperaturgleichgewicht, Wärmetod
- alle thermodynamischen Prozesse kommen zum Stillstand, das Leben endet !

### aber keine Sorge:

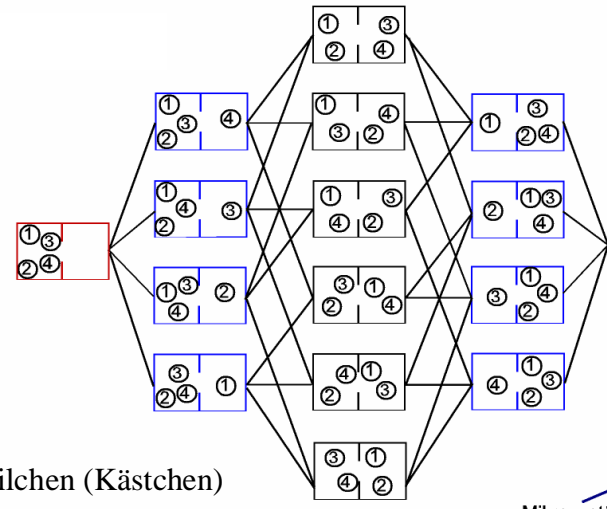
Erde ist kein abgeschlossenes System, befindet sich im Energiestrom der Sonne. Man kann zeigen: Entropie kann abgegeben werden  $\Delta S < 0$  (nicht vernichtet) wenn das System von einem Energiestrom durchsetzt wird, mit dem es mehr Entropie abgibt als aufnimmt. Das ermöglicht die Zunahme der freien Energie, d.h die Entstehung komplizierten Lebens.

## 7 Entropie & Wahrscheinlichkeit

### 7.1 Irreversibilität

Um Irreversibilität zu verstehen betrachte man die freie Ausdehnung eines Gases von einer Kammer in eine zweite, gleich große evakuierte.

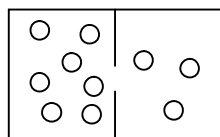
Modell: Gas mit N Teilchen (hier N = 4)  
 Größe: Wahrscheinlichkeit **P** ein Teilchen in einer Kammer zu treffen  
 Jedes Teilchen kann mit gleicher Wahrscheinlichkeit in rechter oder linker Kammer sein  
 => P-links = P-rechts



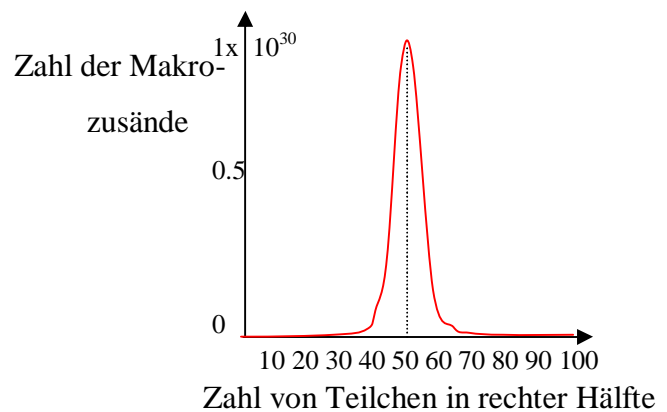
Mikrozustand: jede denkbare Verteilung der individuellen Teilchen (Kästchen)  
 Anzahl:  $2^N = 16$   
 $P = 2^{-N} = 1/16$  Wahrscheinlichkeit jedes Mikrozustandes gleich  
 Frage: *welches* Teilchen ist wo? Teilchen haben Nr.

Makrozustand: Frage: *wieviele* Moleküle sind wo? (Säule)  
 Moleküle sind ununterscheidbar, ohne Nr.  
 Hier: 5 Makrozustände 4:0, 3:1, 2:2, 1:3, 0:4 Teilchenverhältnis  
 Wahrscheinlichkeiten der Makro. gegeben durch Anzahl der Mikro.  
 $P(4:0) = 1/16, P(3:1) = 4/16, P(2:2) = 6/16$

Unterschied zwischen wahrscheinlichen und extremen Zuständen nimmt mit Zahl N der Gasteilchen rapide zu:



wahrscheinlich: (50:50)  
 extrem (0:100)



Was passiert, wenn das Gleichgewicht gestört wird und das System danach sich selbst überlassen bleibt?

FOLIE

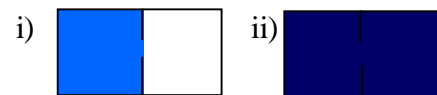
Start: Makrozustand (1:3)	Veränderung	Wege	Wahrscheinlichkeit
	in`s Gleichgewicht (2:2)	3	$P_{\text{Gleich}} = 3/4$
	in`s Extrem (0:4)	1	$P_{\text{extrem}} = 1/4$

=> die extremen Zustände entstehen nicht weil sie unmöglich sind, sondern weil sie unwahrscheinlich sind.

## 7.2 Entropie

betrachte Gasverteilung in 2 gleich großen Räumen

Zustand i) alle N Teilchen in einem Raum



Zustand ii) alle N Teilchen gleichverteilt

Frage: wieviel wahrscheinlicher ist Zustand ii) gegenüber i)?

- i)  $P_i = 2^{-N}$  denn das ist nur einer von  $2^N$  gleichwertigen Mikrozuständen
- ii)  $P_{ii} \approx 1$

**Bsp.**  $N = 100$   $P_i = 10^{-30}$

1 Liter Luft mit  $N = 3 \times 10^{20}$  Molekülen =>  $P_i = 0, \dots, 10^{22}$  Nullen...001

Zahlen sind zu klein => man nimmt den Logarithmus der Wahrscheinlichkeit  $P$  ( $x = \ln\{e^x\}$ )

**Entropie**  $S = k \ln P$   $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K Boltzmannkonstante

$P =$  Wahrscheinlichkeit des Zustandes

=> "Entropie" und "Wahrscheinlichkeit" haben gleiche Bedeutung:

Entropie des Zustandes ii) ist um  $d = k \ln(2^N) = kN \ln 2$  höher als die von i)

Wahrscheinlichkeit von Zustand ii) ist  $2^N$  mal höher als die von i)

Ein System hört erst dann auf seinen Zustand zu ändern, wenn der wahrscheinlichste Zustand erreicht ist, also die maximale Entropie.

Definition der Entropie als Logarithmus bietet Vorteile, wenn 2 Systeme betrachtet werden:

=> Zustandsgrößen addieren sich:

Energie:  $E_{\text{int}} = E_{\text{int-1}} + E_{\text{int-2}}$

Entropie:  $S = S_1 + S_2$

Wahrscheinl.  $P = P_1 \times P_2$

=>  $S = k \ln P = k \ln(P_1 \times P_2) = k \ln P_1 + k \ln P_2 = S_1 + S_2$

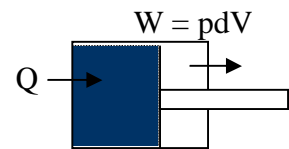
### 7.3 Entropie und Wärmeenergie

klassisch  $dS = dQ/T$

statistisch  $S = k \ln P$

Entropieänderung bei reversiblen Prozess: Expansion des Gases in doppeltes Volumen:

Statistisch  $dS = kN \ln 2$  (siehe oben)



Klassisch reversibel, wenn Gas Kolben sehr langsam schiebt

Gas leistet Arbeit  $W$ , würde abkühlen

Aber  $Q = W$  wird nachgeführt =>  $T = \text{konst.}$  d.h. reversibel

$W = -nRT \ln(V_2/V_1) = -nRT \ln 2$  (doppeltes Endvolumen)

$dS = dQ/T = -nR \ln 2$  mit  $n = N / N_A$ ,  $R = N_A k$

=>  $dS = kN \ln 2$

=> klassische & statistische Definitionen bringen gleiche Entropiedifferenz!



## 8 Wärmetransport

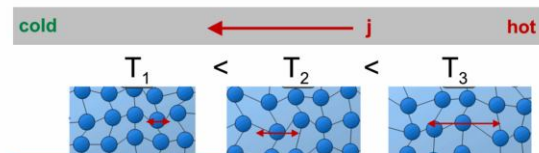
### 8.1 Wärmeleitung

legt man einen Schürhaken in's Kaminfeuer, so wird nach gewisser Zeit auch der Griff heiß.

Prozess: Atome / Elektronen im Material werden zu thermischen Schwingungen angeregt

Stoß mit Nachbaratomen führt zum Energieübertrag (Wärmeleitung)

=> Wärmeleitfähigkeit abhängig von Wechselwirkung der Atome untereinander



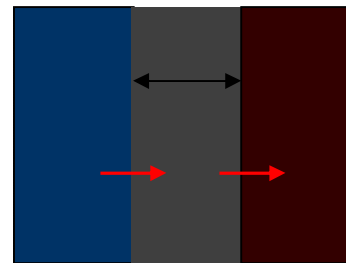
### Wärmestrom P

beschreibt Energiefluss aus warmen in kaltes Reservoir durch Wand der Fläche A, Dicke L

$$P = Q/t = \lambda (T_h - T_k)A/L$$

$\lambda$  = Wärmeleitfähigkeit

$$[\lambda] = \text{W} / (\text{m} \cdot \text{K})$$



Haus innen    Wand    kalte Außenluft

Der Wärmeübergangskoeffizient beschreibt die Ankopplung der Luft an die Wand

$$[\alpha] = \text{W} / (\text{K} \cdot \text{m}^2)$$

Gute Wärmeleiter haben großes  $\lambda$ , gute Isolatoren haben kleines  $\lambda$

**Thermischer Widerstand** beschreibt Isolatormaterialien

$$R = L / \lambda \quad \text{großes } R \Rightarrow \text{schlechter Leiter}$$

$$[R] = \text{m}^2 \text{ K} / \text{W} \quad \text{beachte: } R \text{ ist keine Materialkonstante, sondern } \lambda$$

**In der Praxis** wird der Wärmedurchgangskoeffizient U genutzt:

$$U = \lambda/L$$

$$P=Q/t = U (T_h - T_k) A$$

U Bezeichnet also das gesamte Schichtsystem, Wärmedämmung ist gut, wenn U klein ist

**Bsp.** Beschreibung des kompletten U-Wertes einer isolierten, mehrschichtigen Wand:

Jede Wand Nr. j bildet einen Widerstand  $1/U_j$

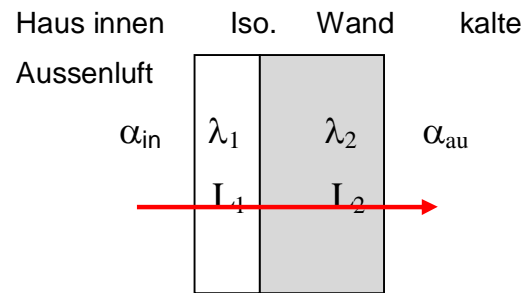
Widerstände addieren sich, also

$$\frac{1}{U_{tot}} = \sum \frac{1}{U_j}$$

$$\frac{1}{U_{tot}} = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_i} + \frac{1}{\alpha_a}$$

Reduzierter Wärmestrom durch Isolierung

$$P = \frac{dQ}{dt} = U_{tot} A (T_a - T_i)$$



**Bsp.** Welche Heizleistung muss vorhanden sein, um einen Wohncontainer mit Außenfläche  $100\text{m}^2$ , Wärmedurchgangskoeffizient  $U = 0,8\text{W}/(\text{Km}^2)$ , bei Außentemperatur  $-3^\circ\text{C}$  auf  $+20^\circ\text{C}$  Innentemperatur zu halten?

Lsg.

## 8.2 Konvektion

Kerzenflamme:

- Fluid (Luft) erwärmt sich
- dehnt sich aus, Dichte nimmt ab
- heiße Luft steigt auf (Auftrieb), kalte Luft strömt nach

**Bsp.** atmosphärische Konvektion, Energieumwälzung im Ozean, Energietransport an der Sonne von innen nach außen

## 8.3 Wärmestrahlung

Vor einem großen Lagerfeuer wird man erwärmt, auch wenn ein kalter Wind weht, d.h. Wärmeleitung durch die kalte Luft kann nicht der entscheidende Prozeß sein.

=> Energieübertragung durch elektromagnetische Wellen, benötigt kein Medium, d.h. Übertragung durch Vakuum möglich (Sonne => Erde)

Rate der emittierten Energie durch elektromagnetische Strahlung

$$P = \sigma \varepsilon A T^4$$

$$\sigma = 5,6704 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4) \quad \text{Stefan-Boltzmann Konstante}$$

$\varepsilon$ : Maß für Emissionsgrad der Oberfläche A

$\varepsilon = 1$ : schwarzer Körper, maximaler Emissionsgrad

Gesamtrate des Energieaustausches: absorbiert - emittiert

$$P_{\text{-absorb}} - P_{\text{-emitt}} = \sigma \varepsilon A (T_{\text{Umgebung}}^4 - T^4)$$

Beachte:      Wärmeleitung       $P \sim \Delta T$

                 Wärmestrahlung       $P \sim \Delta T^4$

**Zusammenfassung:** Prüfungstrainer Kapitel 3.3, Fragen 3.3.1 – 3.3.9